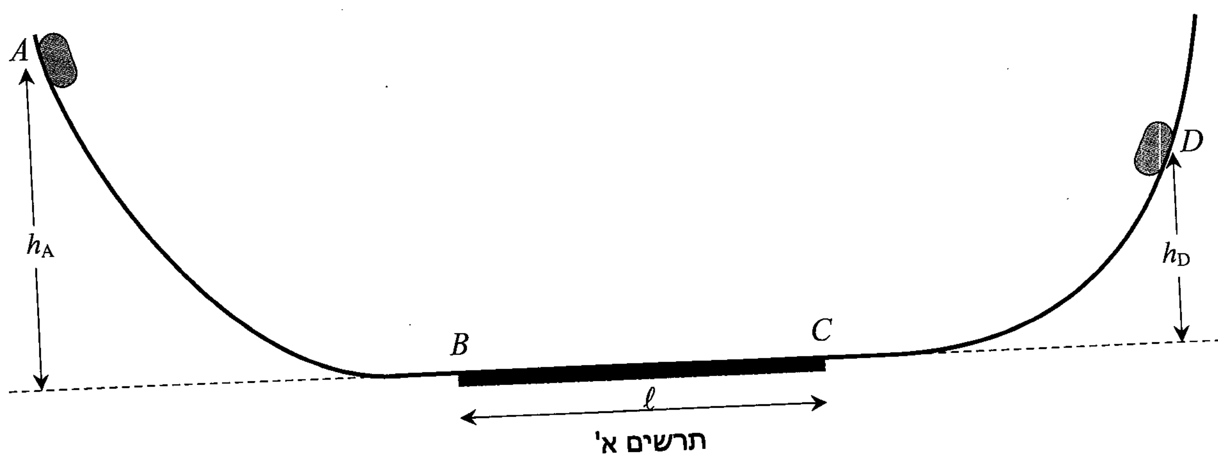
פרק 4 – שאלות בעבודה ואנרגיה

שאלה 1\פרק 4

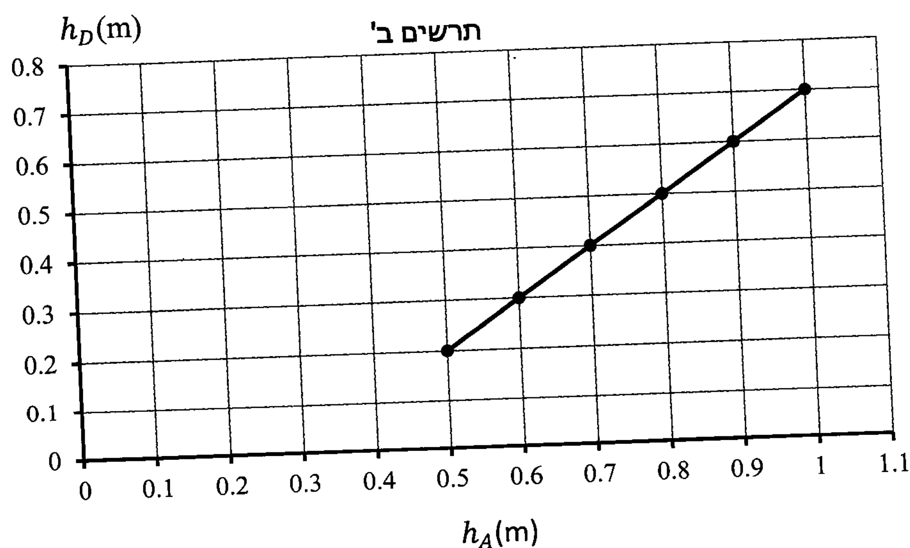
תלמיד מבצע את הניסוי הבא באמצעות המסלול המתואר בתרשים א':



תרשים א'

במהלך הניסוי, התלמיד משחרר גוף הנמצא במנוחה בנקודה A על המסלול. הגוף מחליק, ממשיך לנוע לעבר צדו השני של המסלול ונעצר רגעית בנקודה D. נתון כי גובה הנקודה A הוא h_A וכי גובה הנקודה D הוא h_D, כששני הגבהים נמדדים יחסית לתחתית המסלול (ראה תרשים א').

התלמיד שב ומבצע את אותו הניסוי מספר פעמים, כשבכל פעם הוא משחרר את הגוף מגובה h_A שונה ורושם את הגובה h_D המתקבל. תוצאות המדידה מוצגות בגרף המתואר בתרשים ב'.



נתון שהמסלול חלק מלבד הקטע האופקי BC שאורכו $\ell = 1\text{m}$, שהוא מחוספס.

א. פתח, על סמך חוקי הפיזיקה, ביטוי המתאר את h_D כפונקציה של h_A.

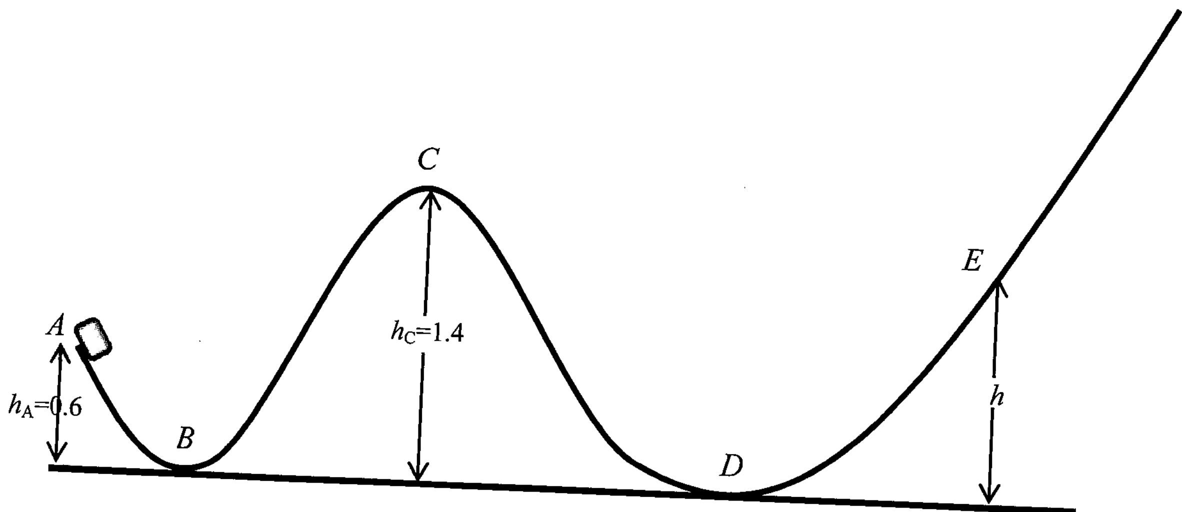
ב. היעזר בביטוי שקבלת בסעיף הקודם ובגרף המוצג בתרשים ב', וחשב את מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף והמסלול בקטע BC של המסלול.

ג. חשב את ערכו של h_A עבורו הגוף נעצר בנקודה C.

ד. משחררים את הגוף מנקודה A הנמצאת על המסלול בגובה $h_A = 1.6\text{m}$, חשב את מספר הפעמים שהתיבה עוברת את הקטע המחוספס BC, וקבע את מיקום הנקודה שבה הגוף נעצר בסוף תנועתה.

שאלה 2\פרק 4

בתרשים המוצג לפניך נתון: $h_A = 0.6\text{m}$ ו- $h_C = 1.4\text{m}$. מניחים גוף קטן, שמסתו $m = 0.2\text{kg}$, בנקודה A הנמצאת על המסלול ומקנים לו מהירות v_A בכיוון המסלול כלפי מטה.



נתון שהמסלול חלק ושהגוף לא מתנתק ממנו במהלך תנועתו. ניתן להזניח את התנגדות האוויר.

א. חשב את הערך המינימלי של v_A על מנת שהגוף יגיע לנקודה C.

ב. מקנים לגוף מהירות גדולה פי 1.25 מהערך של v_A שהתקבל בסעיף הקודם. חשב את:

(1) מהירות התיבה בכל אחת מהנקודות B, C ו- D.

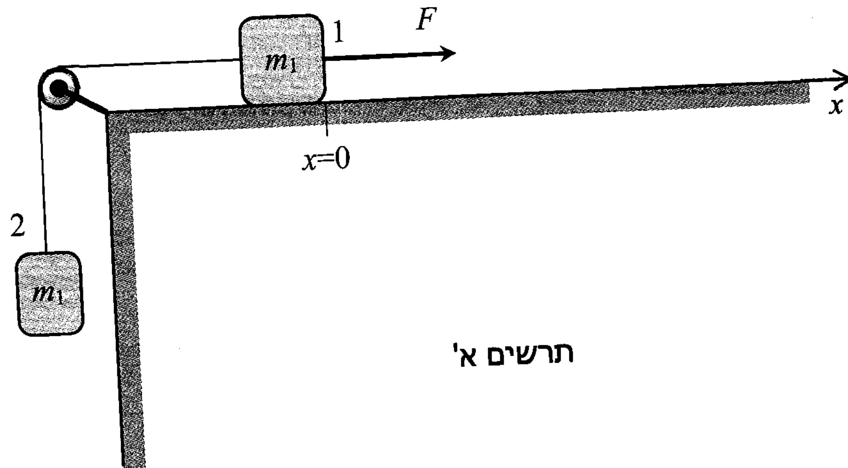
(2) נתון כי הגוף נעצר רגעית בנקודה E. חשב גובה נקודה זו מעל פני הקרקע.

ג. חוזרים אל אותו תהליך כמו בסעיף הקודם, אלא שכעת המערכת נמצאת על פני הירח. האם הגוף נעצר באותו גובה h_E כמו על פני כדור הארץ, גבוה יותר או נמוך יותר? נמק תשובתך.

ד. מקנים לגוף, בהיותו בנקודה A (הנמצאת בגובה $h_A = 0.6\text{m}$), את אותה המהירות כמו בסעיף ב' (המערכת נמצאת על פני כדור הארץ), אלא שהפעם נתון שהמשטח אינו חלק. הגוף נעצר עכשיו בנקודה E, הנמצאת בגובה $h_E = 1.2\text{m}$ מעל פני הקרקע. חשב את עבודת כוח החיכוך לאורך מסלול תנועת הגוף מהנקודה A עד לנקודה E.

שאלה 3\פרק 4

תיבה מונחת על משטח אופקי <u>חלק</u>, וקשורה לקצה חוט שמסתו זניחה הכרוך מסביב לגלגלת אידיאלית. בקצה השני של החוט קשורה משקולת. החלק של החוט הקשור לתיבה נמצא במצב אופקי (ראה תרשים א').

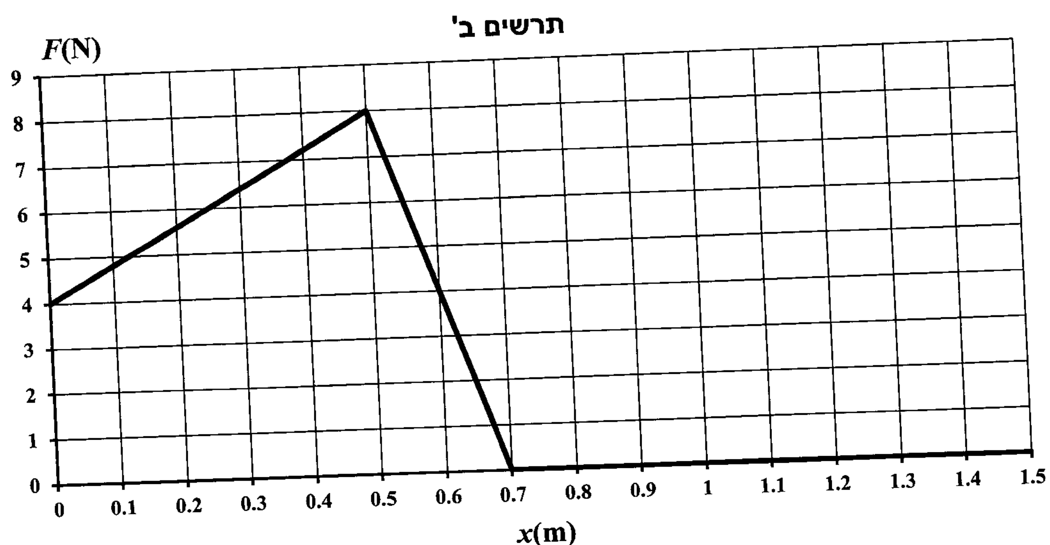


תרשים א'

מחזיקים את המערכת במנוחה על ידי הפעלת כוח F על התיבה בכיוון אופקי ימינה. מיקום התיבה במצב זה נבחר להיות $x=0$, והכיוון החיובי הוגדר ימינה (ראה תרשים א').

ברגע מסוים הכוח F מתחיל להשתנות, והתיבה מתחילה לנוע. השתנות הכוח F כפונקציה של המקום x מתוארת בגרף בתרשים ב'.

תרשים ב'



נתון שמסת התיבה היא $m_1=100\text{g}$. מסת המשקולת (m_2) לא ידועה.

א. חשב את המסה m_2.

ב. חשב את מהירות המערכת ב- $x=0.5\text{m}$ ו- $x=0.7\text{m}$.

ג. קבע עבור איזה ערך של x מהירות המערכת מקסימלית.

ד. חשב את המהירות המקסימלית של המערכת.

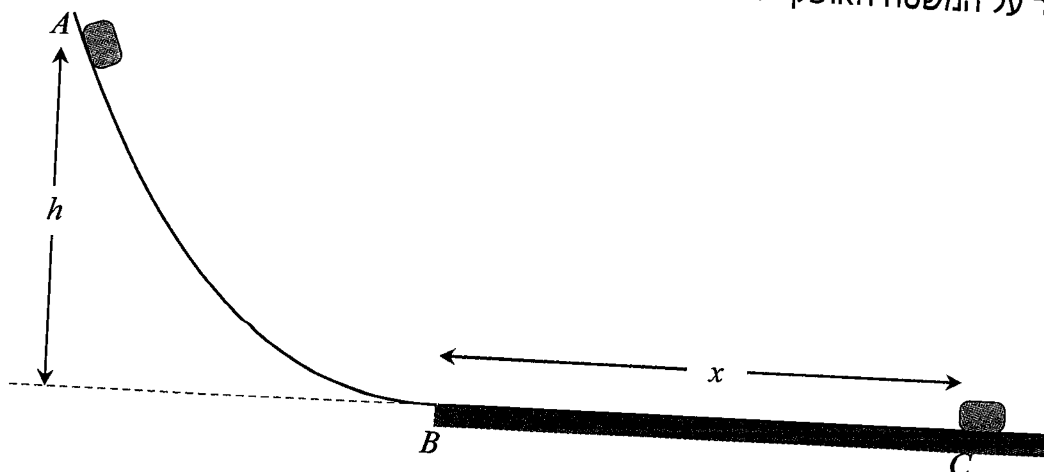
ה. היעזר במשפט עבודה-אנרגיה וחשב את מיקום הנקודה שבה התיבה נעצרת. הנח שהמשקולת לא מגיעה לגלגלת לפני עצירת התיבה על המשטח האופקי.

שאלה 4\פרק 4

על מנת למדוד את מקדם החיכוך הקינטי בין גוף מסוים למשטח אופקי מסוים, מבצע תלמיד את הניסוי הבא:

הוא משחרר את הגוף מנקודה A הנמצאת על משטח עקום וחלק AB שמחובר בקצהו התחתון

(בנקודה B) למשטח האופקי. גובה הנקודה A ביחס למשטח האופקי הוא h. בגלל כוח החיכוך, הגוף נעצר על המשטח האופקי לאחר העתק מסוים, x, בנקודה C (ראה תרשים).



התלמיד חוזר על אותו תהליך עבור ערכים שונים של h, ובכל פעם רושם את h ואת x שמתקבל. להלן תוצאות המדידות:

$h(\mathrm{m})$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$x(\mathrm{m})$	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2

א. בטא על סמך חוקי הפיזיקה את ההעתק x כפונקציה של הגובה h ושל מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף והמשטח האופקי, μ_k.

ב. שרטט גרף המתאר את תוצאות הניסוי.

ג. הסתמך על הגרף ועל הקשר שקיבלת בסעיף א' וחשב את מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף והמשטח.

ד. הגוף מונח כעת בנקודה C הנמצאת במרחק $0.4\mathrm{m}$ מהנקודה B. חשב מהו גודל המהירות שיש להקנות לו בכיוון שמאל על מנת שינוע אל הנקודה B ויעלה על המקטע העקום עד לנקודה הנמצאת בגובה $0.6\mathrm{m}$ מעל המשטח האופקי.

שאלה 5\פרק 4

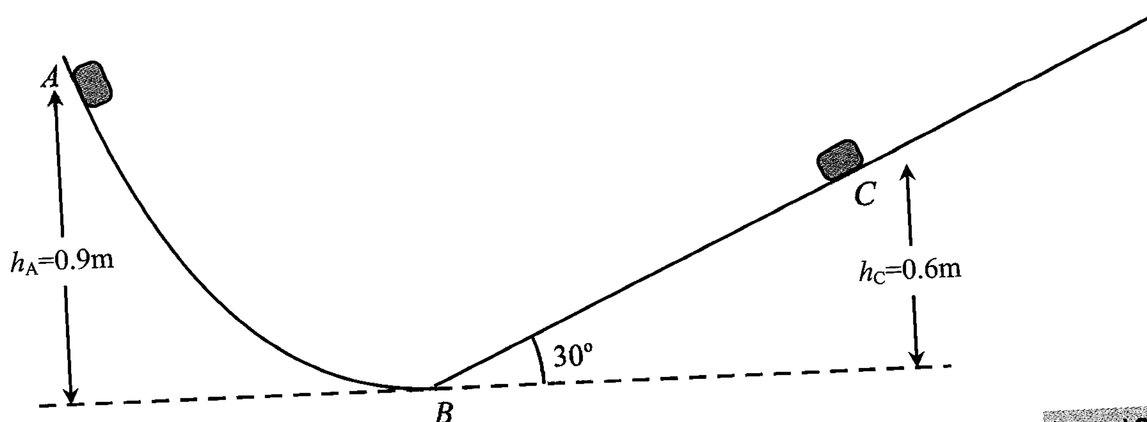
בתרשים המוצג לפניך מתואר מסלול עקום **וחלק** AB, הנמצא במישור הניצב לפני הקרקע. מסלול זה מחובר בקצהו התחתון למישור משופע **לא חלק** שזווית שיפועו $\alpha = 30^\circ$. משחררים ממנוחה גוף קטן מהנקודה A הנמצאת על המסלול בגובה $h_A = 0.9\mathrm{m}$ מהתחתית שלו. הגוף נע לאורך המסלול ונעצר על המישור המשופע בנקודה C הנמצאת בגובה $h_C = 0.6\mathrm{m}$ ביחס לתחתית המסלול (ראה תרשים). הגוף נשאר במנוחה בנקודה C. נתון שמסת הגוף היא $m = 0.2\mathrm{kg}$.

א. חשב את עבודת כוח החיכוך לאורך הקטע BC.

ב. חשב את כוח החיכוך שפעל על הגוף לאורך הקטע BC של המסלול, וחשב באמצעות כוח החיכוך את מקדם החיכוך הקינטי בין הגוף והמסלול.

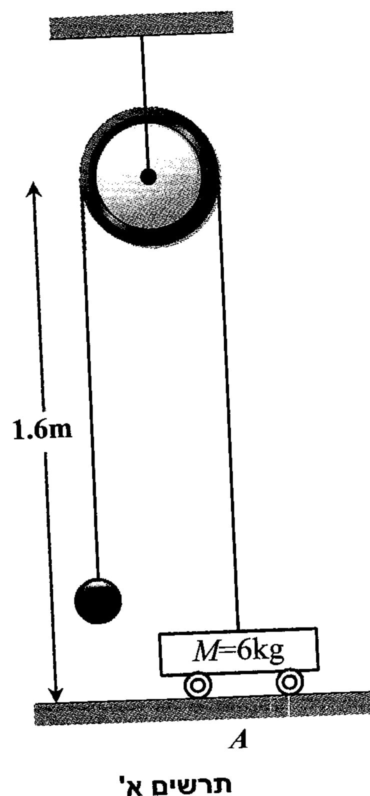
ג. חשב את גודל וכיוון החיכוך הסטטי שפועל על הגוף בנקודה C.

ד. במקרה אחר מקנים לגוף כשהוא מונח בנקודה A מהירות שגודלה 3m/s בכיוון המשיך למסלול כלפי מטה. חשב את גובה הנקודה D (ביחס לתחתית המסלול) שבה הגוף נעצר כעת על המישור המשופע.

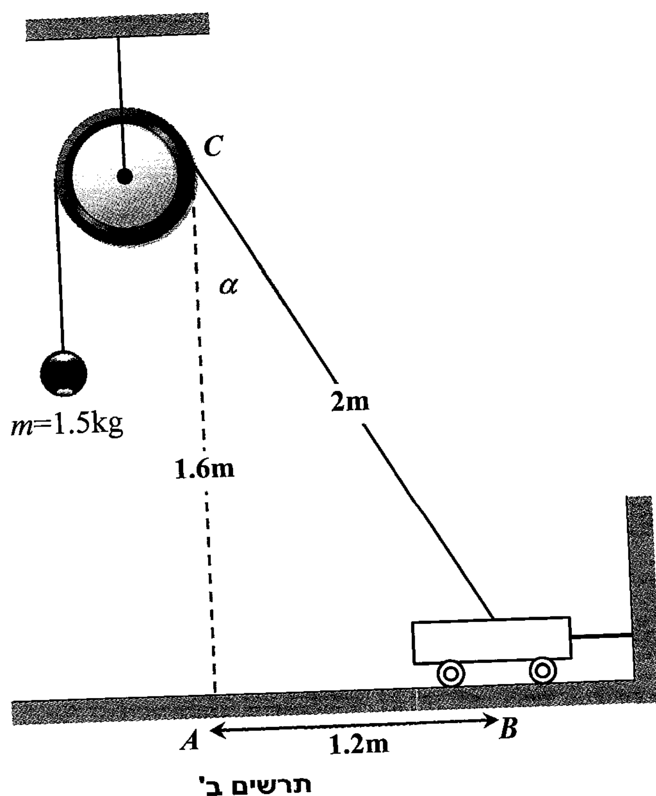


שאלה 6\פרק 4

עגלה מונחת על משטח אופקי וקשורה לקצה חוט שמסתו זניחה הכרוך מסביב לגלגלת אידיאלית התלויה מהתקרה. הקצה האחר של החוט קשור למשקולת הנמצאת באוויר (ראה תרשים א'). העגלה מוצבת מתחת לגלגלת בנקודה A, כך שהחוט שקשור אליה ניצב לפי הקרקע, כמתואר בתרשים א'. נתון שמרכז הגלגלת נמצא בגובה $h=1.6\text{m}$ מעל פני המשטח, שמסת העגלה היא $M=6\text{kg}$ ושמסת המשקולת היא $m=1.5\text{kg}$.



תרשים א'



תרשים ב'

א. צייר את ווקטורי הכוחות הפועלים על העגלה כשהיא נמצאת בנקודה A, וחשב את הגודל של כל אחד מהם.

מזיזים את העגלה מהנקודה A עד הגיעה לנקודה B הנמצאת במרחק 1.2m מהנקודה A,

וקושרים אותה באמצעות חוט אופקי לקיר, כפי שמתואר בתרשים ב'. נתון שממדי העגלה זניחים ביחס לממדים בבעיה זו.

ב. צייר את וקטורי הכוחות הפועלים על העגלה כשהיא נמצאת בנקודה B, וחשב את הגודל של כל אחד מהם.

ג. חשב את העבודה המושקעת בהזזת העגלה מהנקודה A עד לנקודה B.

ברגע מסוים נקרע החוט האופקי, והעגלה מתחילה לנוע לכיוון הנקודה A.

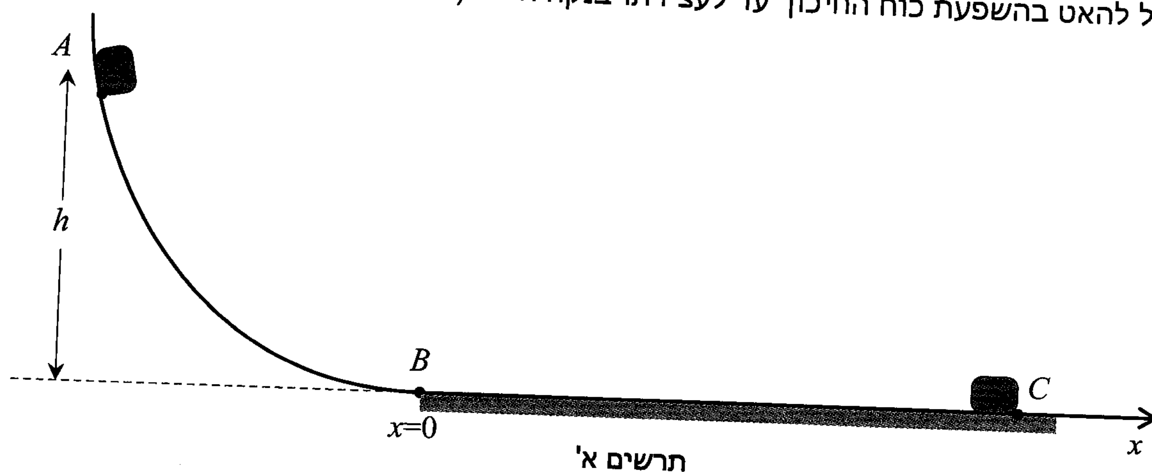
ד. תאר במלים את תנועת העגלה (התייחס בתשובתך לגודל המהירות והתאוצה).

ה. בדרכה מ-B אל A, קבע באיזה נקודה מהירות העגלה מקסימלית.

ו. חשב את גודל המהירות המקסימלית של העגלה.

שאלה 7\פרק 4

נתון משטח עקום ו<u>חלק</u> AB שמחובר בנקודה B למשטח אופקי <u>**לא חלק**</u> כמתואר בתרשים א'.
תלמיד משחרר גוף, שמסתו $m=2\text{kg}$, מנקודה A הנמצאת על המשטח העקום בגובה h מעל המישור האופקי. הגוף מחליק כלפי מטה וממשיך לנוע על גבי המישור האופקי. בנקודה B הוא מתחיל להאט בהשפעת כוח החיכוך עד לעצירתו בנקודה C (ראה תרשים א').



תרשים א'

הגרף (בתרשים ב') מתאר את האנרגיה הקינטית של הגוף במהלך תנועתו על המשטח האופקי כפונקציה של x, כאשר הכיוון החיובי של ציר x נבחר להיות בכיוון תנועת התיבה, ו-$x=0$ הוגדר בנקודה B.

א. בטא, על סמך חוקי הפיזיקה, את האנרגיה הקינטית K של הגוף במהלך תנועתו על המשטח האופקי. רשום תשובתך באמצעות הגדלים: x, h, מסת הגוף m ומקדם החיכוך הקינטי μ_k.

ב. היעזר בגרף ובביטוי שקיבלת בסעיף א' וחשב את:

1) הגובה h.

2) מקדם החיכוך הקינטי בין המשטח והגוף, μ_k.

ג. קבע ורשום מה מייצגת נקודת חיתוך הגרף עם הציר האופקי.

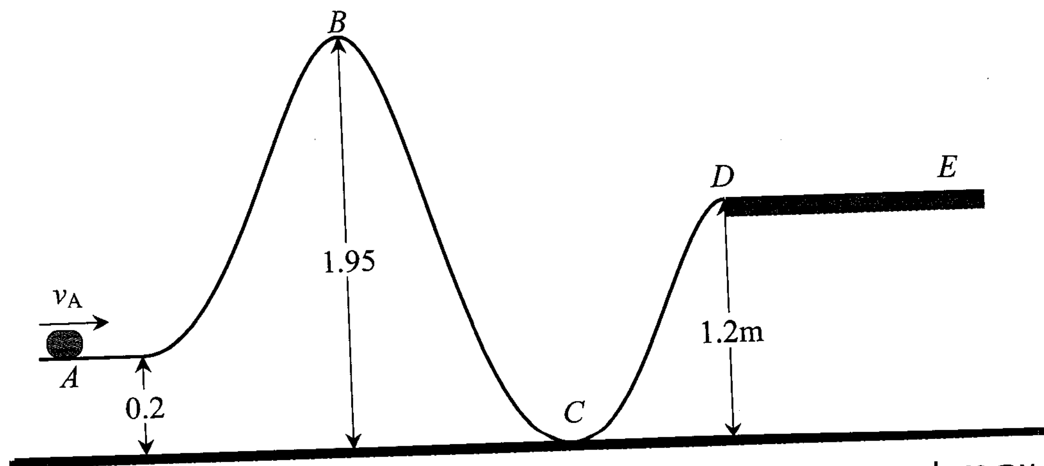
ד. חשב את מיקום הנקודה שבה נעצר הגוף על המשטח האופקי (כלומר את מיקום הנקודה C).

תרשים ב'



שאלה 8\פרק 4

בתרשים המוצג לפניך מתואר מסלול עקום וחלק $ABCD$, המחובר בנקודה D למשטח אופקי לא חלק. נתון כי גבהי הנקודות A, B ו-D מעל פני הקרקע הם 0.2m, 1.95m ו-1.2m, בהתאמה. מניחים גוף קטן שמסתו 0.4kg בנקודה A, ומקנים לו מהירות v_A בכיוון המשיק למסלול ימינה. הגוף עובר את הנקודה B במהירות של 1m/s. נתון שהגוף אינו מתנתק מהמסלול במהלך תנועתו. התנגדות האוויר ניתנת להזנחה.



א. חשב את גודל המהירות v_A.

ב. חשב את המהירות שבה הגוף מגיע אל הנקודה D.

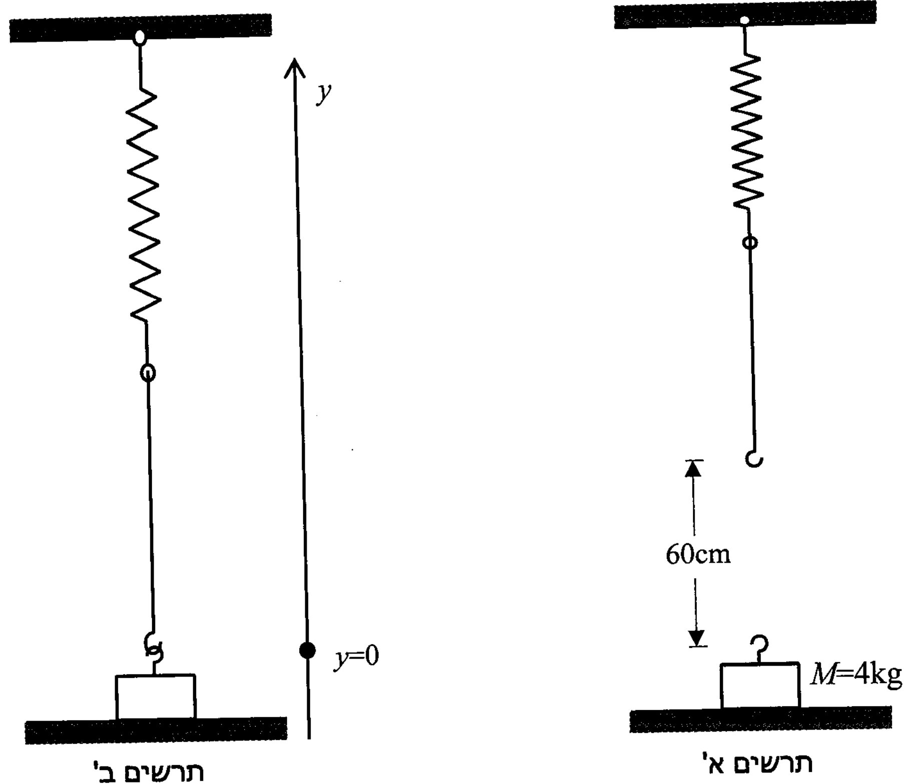
ג. חשב את המרחק בין הנקודה E שבה הגוף נעצר על המשטח האופקי ובין הנקודה D. נתון שמקדם החיכוך הקינטי בין הגוף והמשטח הוא $\mu_k = 0.5$.

ד. כעת משנים את גובה המשטח האופקי (גובה הנקודה D) מעל לקרקע, ומגלים שבאותה מהירות v_A שחישבת בסעיף א', הגוף נעצר על המשטח האופקי בנקודה F שהמרחק שלה מ-D הוא 0.4m. חשב את הגובה החדש.

שאלה 9\פרק 4

גוף מונח על הרצפה, ומעליו קפיץ הקשור לתקרה. לקצה החופשי של הקפיץ קשור קצה חוט שמסתו זניחה, ובקצה השני של החוט קשור וו קטן שמסתו ניתנת אף היא להזנחה.

נתון שבמצב שבו הקפיץ רפוי, הוו נמצא בגובה של $60\,cm$ מעל הגוף (ראה תרשים א). מושכים את החוט כלפי מטה וכתוצאה מכך נמתח הקפיץ, עד שהוו מגיע לגוף. מחברים את הוו אל הגוף ומשחררים את המערכת ממנוחה (ראה תרשים ב').



תרשים ב'   תרשים א'

בוחרים את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מעלה, ואת $y=0$ בקצה העליון של הגוף כשהוא נמצא על רצפת החדר. כוח הקפיץ בבעיה זו פועל מ- $y=0$ עד $y=60\,cm$, ולאחר מכן הגוף ממשיך לנוע כלפי מעלה בהשפעת כוח הכובד בלבד. הגוף נעצר רגעית בשיא הגובה וחוזר בחזרה.

נתון שמסת הגוף היא $m=4\,kg$ ושקבוע הקפיץ $k=200\,N/m$.

א. פתח ביטוי מתמטי המתאר את הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף מ- $y=0$ עד $y=60\,cm$.

ב. שרטט, על סמך הביטוי שקיבלת בסעיף הקודם, גרף המתאר את הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף בין $y=0$ עד $y=60\,cm$.

ג. השתמש במשפט עבודה-אנרגיה וחשב את מהירות הגוף ב- $y=0.6\,m$.

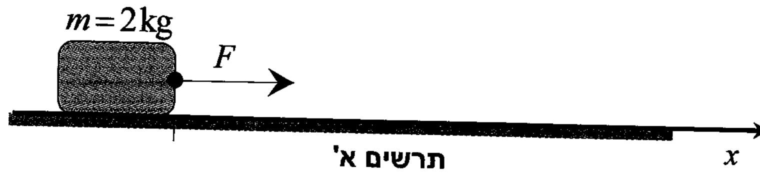
ד. קבע באיזה נקודה מהירות הגוף היא מקסימלית.

ה. חשב את המהירות המקסימלית של הגוף.

ו. חשב את הגובה המקסימלי אליו מגיע הגוף מעל פני הקרקע. הנח שממדי הגוף זניחים.

שאלה 10\פרק 4

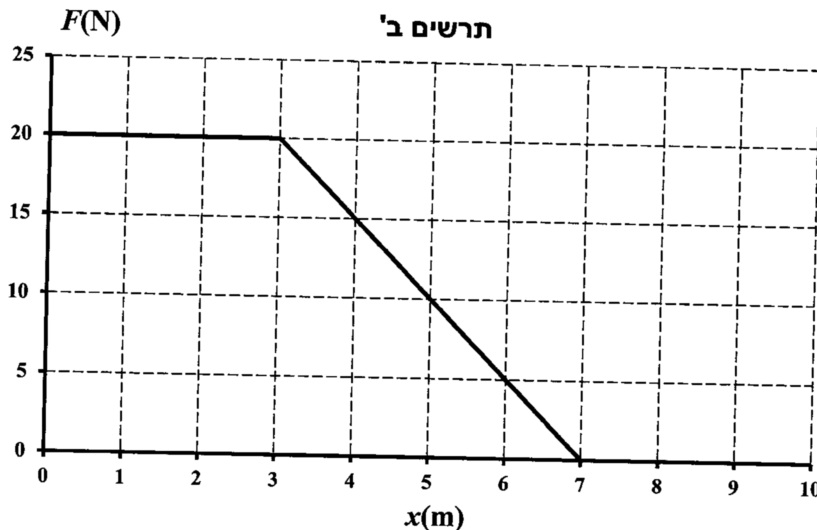
מניחים גוף שמסתו $m=2\text{kg}$ במנוחה על משטח אופקי <u>חלק</u>. החל מרגע מסוים מפעילים על הגוף כוח אופקי F כפי שמתואר בתרשים א'.



תרשים א'

בתרשים ב' מתואר הכוח F כפונקציה של המיקום x, כאשר $x=0$ הוא מיקום הגוף ברגע הפעלת הכוח, והכיוון החיובי הוא בכיוון הכוח.

תרשים ב'



א. חשב את מהירות הגוף בנקודה $x=3\text{m}$.

ב. קבע את המיקום שבו מהירות הגוף היא מקסימלית.

ג. חשב את המהירות המקסימלית של הגוף.

נתון כעת כי המשטח אינו חלק, ומקדם החיכוך הקינטי בינו לבין הגוף הוא $\mu_k=0.5$.

ד. קבע את המיקום שבו מהירות הגוף היא מקסימלית כעת.

ה. חשב את המהירות המקסימלית של הגוף.

ו. חשב את מהירות הגוף בנקודה $x=7\text{m}$.

ז. נתון כי הכוח מפסיק לפעול בנקודה $x=7\text{m}$; חשב את המיקום בו הגוף ייעצר.

שאלה 11\פרק 4

דגם של טיל שמסתו $m=50\text{kg}$ מונח על פני הקרקע. ברגע מסוים מפעילים את המנוע שלו, וכתוצאה מכך מופעל על הטיל כוח כלפי מעלה הנתון כפונקציה של y על ידי הגרף שלפניך, כאשר $y=0$ נקבע על פני הקרקע, והכיוון החיובי נבחר כלפי מעלה.

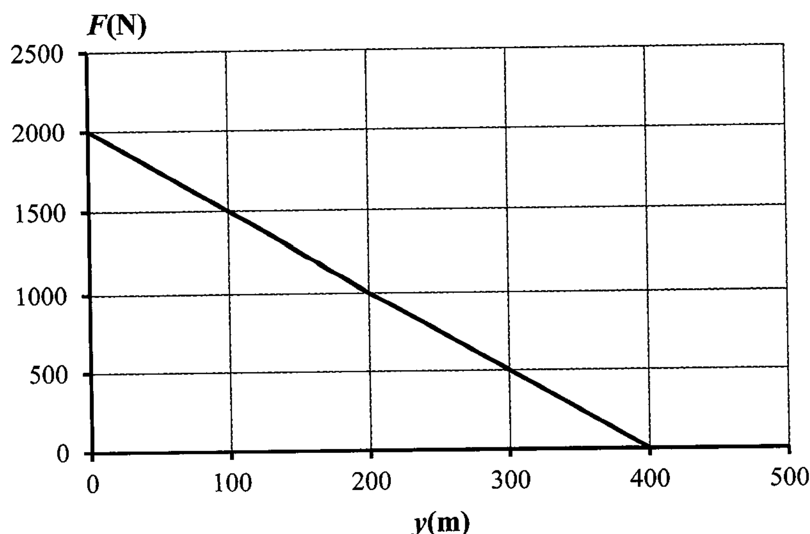
נתון שהשינוי במסת הטיל עקב בעירת הדלק זניח.

א. חשב את מהירות הטיל ב-$y=400\text{m}$.

ב. קבע באיזה גובה מהירות הטיל היא מקסימלית.

ג. חשב את המהירות המקסימלית של הטיל.

ד. חשב את הגובה המקסימלי אליו מגיע הטיל.



שאלה 12\פרק 4

תלמיד ערך את הניסוי הבא: הוא זרק כדור שמסתו $m = 0.2\text{kg}$ מנקודה מסוימת בכיוון אנכי כלפי מעלה במהירות התחלתית v_0, ומדד, בעזרת חיישן מיוחד, את מהירות הכדור כפונקציה של הגובה ביחס לנקודת הזריקה, ולאחר הוא הכין טבלה המתארת את האנרגיה הקינטית של הכדור, K, כפונקציה של הגובה, h (ביחס לנקודת הזריקה). להלן התוצאות שקיבל התלמיד:

$h(\text{m})$	0.2	0.4	0.6	0.8
$K(\text{J})$	3.1	2.6	2.1	1.6

נתון שכוח החיכוך עם האוויר אינו זניח, ערכו קבוע אינו תלוי במהירות הכדור.

א. שרטט גרף המתאר את האנרגיה הקינטית של הכדור כפונקציה של הגובה.

ב. בטא, על סמך חוקי הפיזיקה, את האנרגיה הקינטית של הכדור, K, באמצעות הגדלים הבאים: הגובה h, מסת הכדור m, המהירות ההתחלתית v_0 וכוח החיכוך עם האוויר, f.

ג. היעזר בקשר שקיבלת בסעיף הקודם ובגרף ששרטטת בסעיף א' וחשב את:

(1) כוח החיכוך עם האוויר, f.

(2) המהירות ההתחלתית, v_0.

ד. קבע מה מייצגת נקודת חיתוך הגרף עם הציר האופקי. הסבר תשובתך.

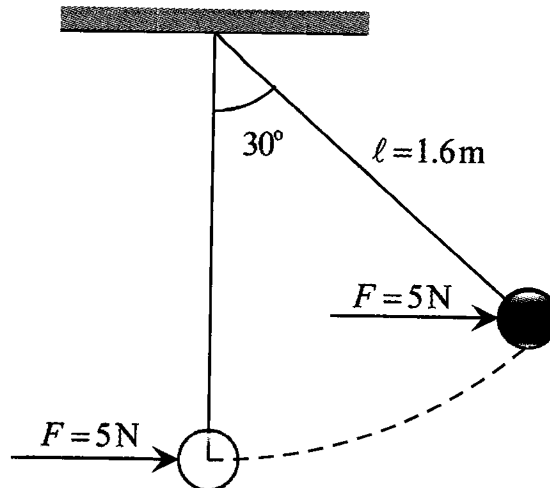
ה. חשב את הגובה המקסימלי אליו מגיע הכדור.

ו. חשב את הזמן הדרוש לכדור על מנת להגיע לגובה המקסימלי.

ז. חשב את הזמן הדרוש לכדור על מנת ליפול מהגובה המקסימלי עד לפני הקרקע.

שאלה 13\פרק 4

בתרשים שלפניך מתואר כדור הקשור לקצה חוט שקצהו השני קשור לתקרה. מפעילים על הכדור כוח אופקי קבוע F שגודלו 5N (ראה תרשים). כאשר הזווית בין החוט לאנך מגיעה ל-30°, הכוח חדל לפעול.



נתון שמסת הכדור היא $m=0.5\text{kg}$ ואורך החוט הוא $\ell=1.6\text{m}$. מסת החוט ניתנת להזנחה.

א. חשב את עבודת הכוח F לאורך מסלול הכדור. (שים לב! הכוח נשאר כל הזמן אופקי).

ב. חשב את מהירות הכדור כאשר הזווית בין החוט והאנך היא 30°.

ג. חשב את הזווית המקסימלית הנוצרת בין החוט והאנך לאחר הפסקת הפעולה של הכוח F.

ד. חשב את גודל הכוח F הדרוש על מנת שהכדור ייעצר בדיוק כשהזווית בין החוט לאנך 30°.

שאלה 14\פרק 4

תיבה נעה על משטח חלק במהירות קבועה שגודלה $v=5\text{m/s}$, ומתנגשת בקצה קפיץ המונח על המשטח כשקצהו האחר מהודק לקיר (ראה תרשים א'). מהירות התיבה מקבילה לציר הקפיץ.



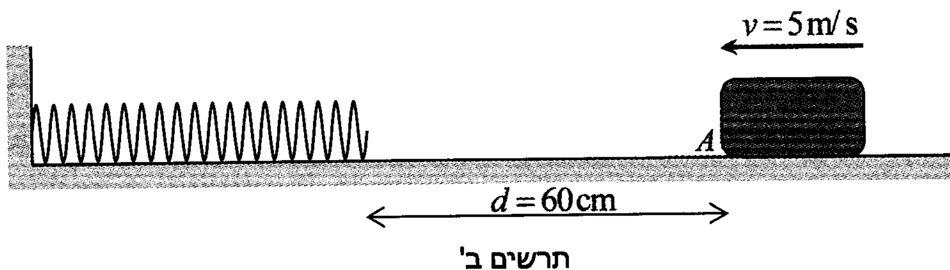
תרשים א'

נתון שמסת התיבה היא $m=0.5\text{kg}$ ושקבוע הקפיץ הוא $k=200\text{N/m}$.

א. חשב את גודל ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ.

ב. חשב את שיעור ההתכווצות של הקפיץ ברגע שבו מהירות התיבה במהלך ההתנגשות בקפיץ הייתה 3m/s.

במקרה אחר נתון שהמשטח אינו חלק. מקדם החיכוך הקינטי בינו לבין התיבה הוא 0.8. נתון כי כאשר התיבה הייתה בנקודה A הנמצאת במרחק $d=0.6\text{m}$ מקצה הקפיץ, המהירות שלה הייתה 5m/s (ראה תרשים ב').



תרשים ב'

התיבה מתנגשת בקפיץ, ומוחזרת ממנו. לאחר שהיא מתנתקת ממנו בדרך חזרה היא נעצרת בנקודה שנסמן ב- B.

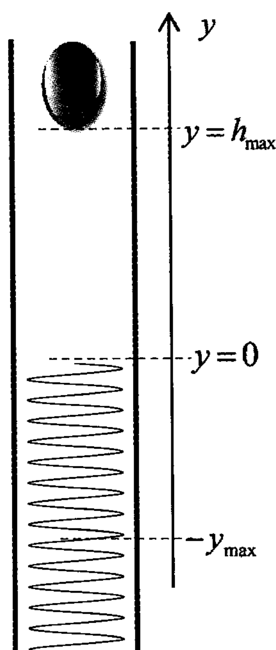
ג. חשב את שיעור ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ במצב זה.

ד. חשב את מיקום הנקודה B ביחס לנקודה A.

ה. חשב את עבודת כוח החיכוך המתבצעת לאורך כל מסלול תנועת התיבה מ-A עד B.

שאלה 15\פרק 4

קבוצת תלמידים התבקשו לבנות מתקן המיועד לבלום ביצה הנופלת מגובה ולגרום לעצירה שלה בלי לגרום לשבירתה. התלמידים בנו המתקן המתואר בתרשים שמורכב מגליל אנכי שבתוכו קפיץ שהקבוע שלו $k=20\,\text{N/m}$. הקפיץ מיועד לבלום את הביצה.



נתון שמסת הביצה היא 50g ושהכוח המקסימלי שהיא יכולה לשאת מבלי להישבר הוא 5N.

א. חשב מה צריכה להיות ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ על מנת שהביצה לא תישבר.

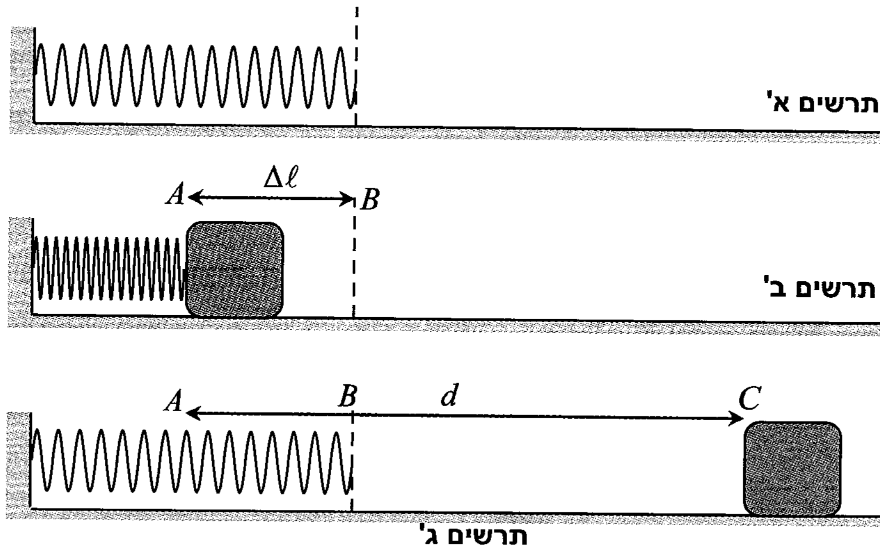
ב. חשב את הגובה המקסימלי (ביחס לקצה הקפיץ) ממנו ניתן לשחרר את הביצה ממנוחה על מנת שזו לא תישבר כאשר היא נבלמת על ידי קפיץ.

ג. התלמידים התבקשו להתאים את המתקן לבלימת ביצה הנופלת מגובה 4m. קבע את הערך המקסימלי המותר במקרה זה לקבוע הקפיץ על מנת שהביצה לא תישבר.

ד. במקרה המתואר בסעיף הקודם מפילים על המתקן ביצה מגבה 2m. חשב את גודל הכוח המקסימלי שהקפיץ מפעיל על הביצה במקרה זה.

שאלה 16\פרק 4

על מנת למדוד את מקדם החיכוך הקינטי בין קופסה נתונה ובין משטח אופקי מסוים, ערך תלמיד את הניסוי הבא: הוא הניח קפיץ על המשטח וחיבר את אחד מקצותיו לקיר (ראה תרשים א'). הוא לחץ את הקפיץ באמצעות הקופסה עד לנקודה מסוימת A שבה הקפיץ כווץ בשיעור $\Delta\ell$ ביחס למצבו הרפוי (ראה תרשים ב'). לאחר מכן שחרר התלמיד את הקופסה. הקופסה נעה בהשפעת כוח הקפיץ, השתחררה ממנו והמשיכה לנוע עד שנעצרה, בהשפעת כוח החיכוך, בנקודה מסוימת שסומנה באות C (ראה תרשים ג'). הוא מדד את המרחק של הנקודה C מ-A וסימן אותו באות d.



תרשים ג'

התלמיד חזר על הניסוי מספר פעמים עבור ערכים שונים של $\Delta\ell$, ובכל פעם מדד את d. תוצאות הניסוי מוצגות בטבלה שלפניך:

d(m)	$\Delta\ell$(m)
0.4	0.2
0.9	0.3
1.6	0.4
2.5	0.5

נתון: מסת הקופסה $m=0.5\text{kg}$ וקבוע הקפיץ $k=60\text{N/m}$.

א. בטא את הגודל d באמצעות הגדלים הבאים: שיעור ההתכווצות $\Delta\ell$, מסת הקופסה m, קבוע הקפיץ k ומקדם החיכוך הקינטי μ_k.

ב. על סמך הקשר שקיבלת בסעיף הקודם שרטט גרף לינארי המייצג את תוצאות המדידות.

ג. על סמך הגרף ששרטטת ועל סמך הקשר שקיבלת בסעיף א' חשב את מקדם החיכוך הקינטי שבין הקופסא למשטח.

ד. התלמיד לוחץ כעת את הקפיץ בעזרת הקופסה בשיעור של 20cm, ומשחרר את הקופסה ממנוחה (הקופסה אינה קשורה לקפיץ).

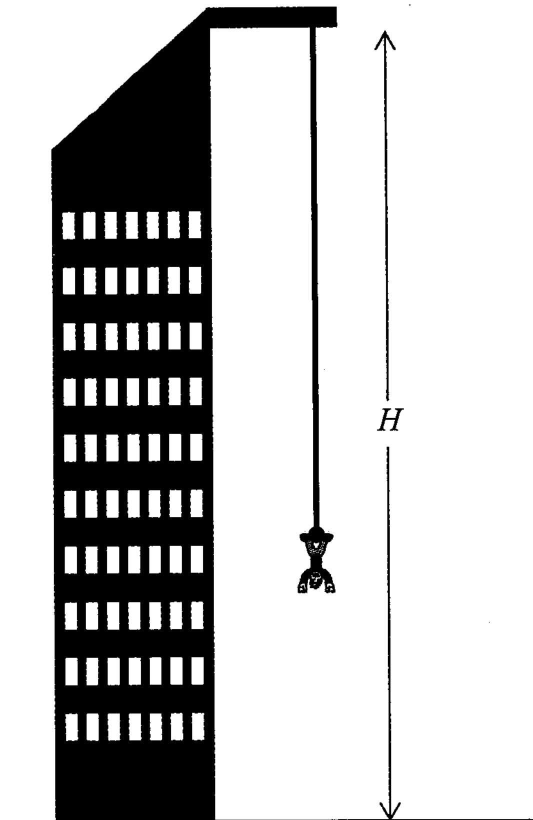
(1) קבע באיזה נקודה מהירות הקופסה תהיה מקסימלית.

(2) חשב את המהירות המקסימלית של הקופסה.

ה. התלמיד קושר את הקופסה לקפיץ ולוחץ את הקפיץ באמצעות הקופסה בשיעור 20cm, ומשחרר את הקופסה ממנוחה. חשב את ההתארכות המקסימלית של הקפיץ במקרה זה.

שאלה 17\פרק 4

אדם שמשקלו $m=60\text{kg}$ מבצע קפיצת בנג'י מגובה H מעל פני הקרקע. רגליו של האדם קשורות בחבל אלסטי שאורכו $\ell=45\text{m}$ וקבוע האלסטיות שלו $k=100\text{N/m}$.



א. חשב את מהירות האדם ברגע שבו החבל מתחיל להימתח.

ב. במקרה הנתון, חשב את הגובה המינימלי H_{min} ממנו אדם זה יכול לקפוץ כך שלא יפגע בקרקע.

ג. חשב את הכוח השקול הפועל על האדם בנקודה הנמוכה ביותר במסלולו. (הנח שמתקיים $H>H_{min}$).

ד. קבע באיזה מקום לאורך מסלול הקפיצה מהירות האדם היא מקסימלית.

ה. חשב את המהירות המקסימלית של האדם.

שאלה 18\פרק 4

האדם המוזכר בשאלה הקודמת (שמסתו 60kg) קופץ שוב קפיצת בנג'י, הפעם בחבל אחר שאורכו $\ell=40\text{m}$ וקבוע האלסטיות שלו $k=60\text{N/m}$, כפי שמתואר בתרשים א'. בתרשים ב' מוצג גרף המתאר את הכוח השקול הפועל על האדם במהלך נפילתו עד לנקודה הנמוכה ביותר במסלול תנועתו. הכיוון החיובי נבחר כלפי מטה ו-$y=0$ בנקודת הקפיצה.

א. הסבר למה הכוח קבוע בתחום הערכים של y בין $y=0$ ו-$y=B$. קבע את הערכים של B ו-A שבגרף.

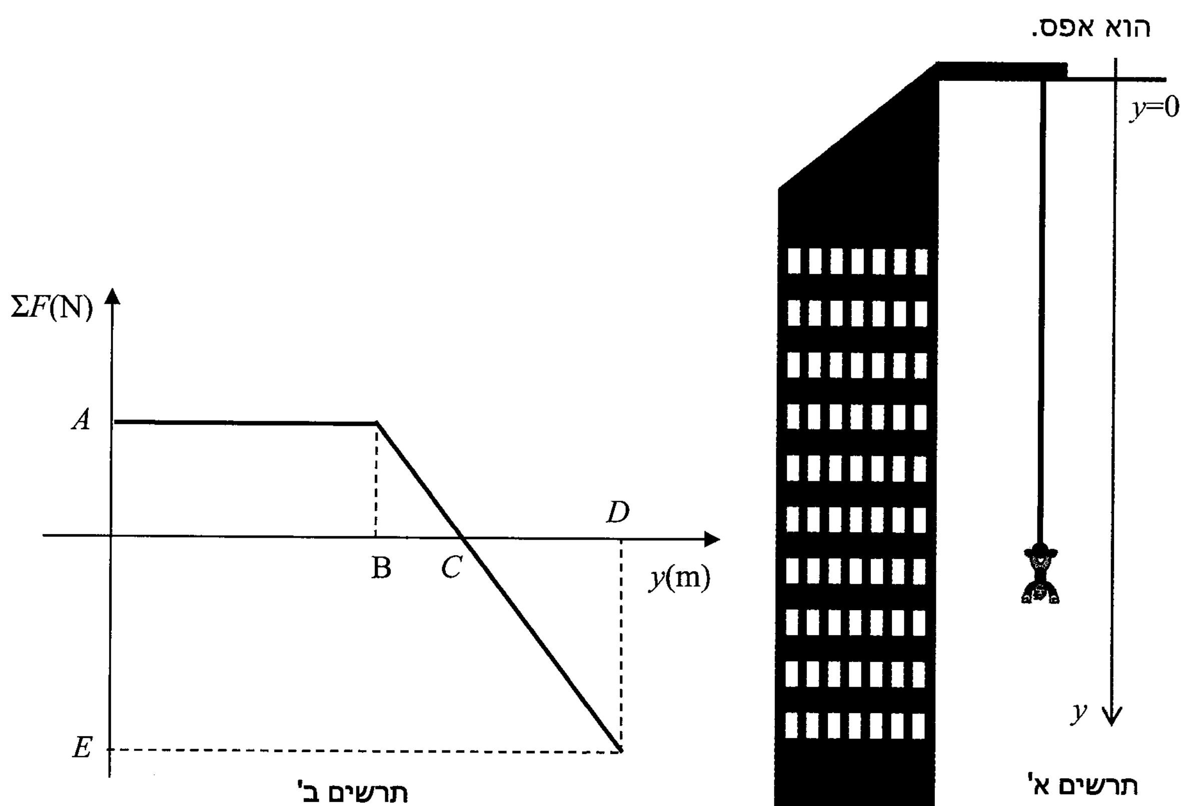
ב. הסבר מדוע הכוח מתחיל לקטון באופן לינארי לאחר הנקודה $y=B$.

ג. חשב את הערך של y בנקודה C.

ד. חשב את מהירות האדם בנקודות B ו-C.

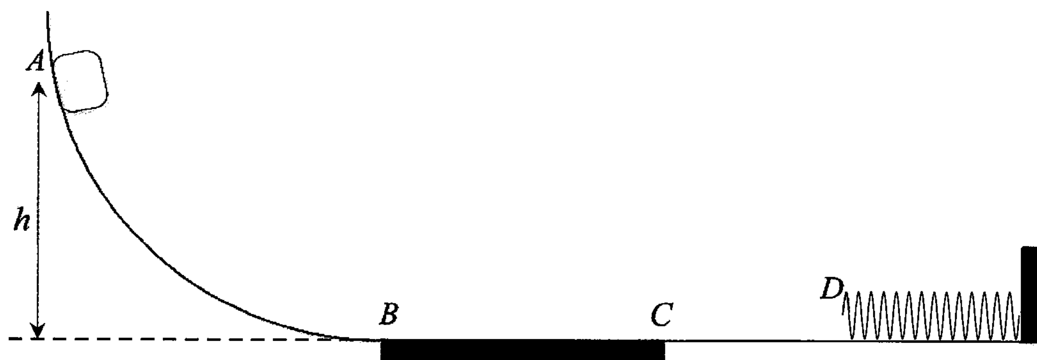
ה. חשב את ערך הגדלים D ו-E שבגרף.

ו. הסבר מדוע השטח הכלוא בין הגרף המתואר בתרשים ב' ובין ציר המיקום מ-$y=0$ עד $y=D$ הוא אפס.



שאלה 19\פרק 4

בתרשים שלפניך מתואר מסלול המורכב מקטע עקום חלק AB, ומקטע אופקי. הקטע האופקי הוא חלק מלבד הקטע BC, שאורכו $d=1\text{m}$. בסוף הקטע האופקי מונח קפיץ שקצה אחד שלו חופשי והקצה האחר מחובר לקיר (ראה תרשים).



תלמיד עורך בעזרת מסלול זה את הניסוי הבא: הוא משחרר ממנוחה תיבה שמסתה $m=0.4\text{kg}$ מנקודה A על המסלול העקום. גובה הנקודה A הוא h מטרים ביחס למסלול האופקי. התיבה מחליקה לאורך המסלול העקום AB, עוברת את הקטע BC וממשיכה לעבר הקפיץ, מתנגשת בו בנקודה D שבה הקפיץ רפוי, וגורמת להתכווצות מקסימלית שלו בשיעור $\Delta\ell_{\max}$. התלמיד חוזר על אותו תהליך עבור ערכים שונים של h ובכל פעם רושם את ערך $\Delta\ell_{\max}$ המתקבל.

תוצאות הניסוי מרוכזות בטבלה שלפניך.

$\Delta\ell_{\max}(\text{m})$	$h(\text{m})$
0.22	0.4
0.32	0.6
0.39	0.8
0.45	1.0
0.50	1.2

א. בטא את ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ, $\Delta\ell_{\max}$, באמצעות הגדלים: הגובה h, קבוע הקפיץ k ומקדם החיכוך הקינטי (μ_k) שבין התיבה והמשטח האופקי בקטע BC.

ב. שרטט גרף לינארי המתאר את תוצאות הניסוי.

ג. חשב, על סמך הגרף והקשר שקיבלת בסעיף א', את מקדם החיכוך הקינטי μ_k ואת קבוע הקפיץ k.

ד. חשב את הערך המינימלי של h המאפשר ביצוע ניסוי זה.

ה. חשב את עבודת כוח הקפיץ המתבצעת בעצירת התיבה כאשר $h=1.2\text{m}$.

שאלה 20\פרק 4

נתונה מערכת ניסוי המורכבת מקפיץ אנכי ($k=400\text{N/m}$) המחובר לרצפה ומגוף $m=1\text{kg}$. משחררים את הגוף m ממנוחה מהנקודה A הנמצאת בגובה $h=1.5\text{m}$ מעל לקצה העליון של הקפיץ הזקוף (ראה תרשים א'). הגוף פוגע בקפיץ בחלקו העליון, בנקודה B, נצמד אליו וגורם להתכווצות מקסימלית עד לנקודה C (תרשים ב'), לאחר מכן הגוף מתחיל לעלות כלפי מעלה, כשהוא מחובר עדיין לקצה העליון של הקפיץ, עד הגיעו אל הגובה המקסימלי בנקודה D (תרשים ג').

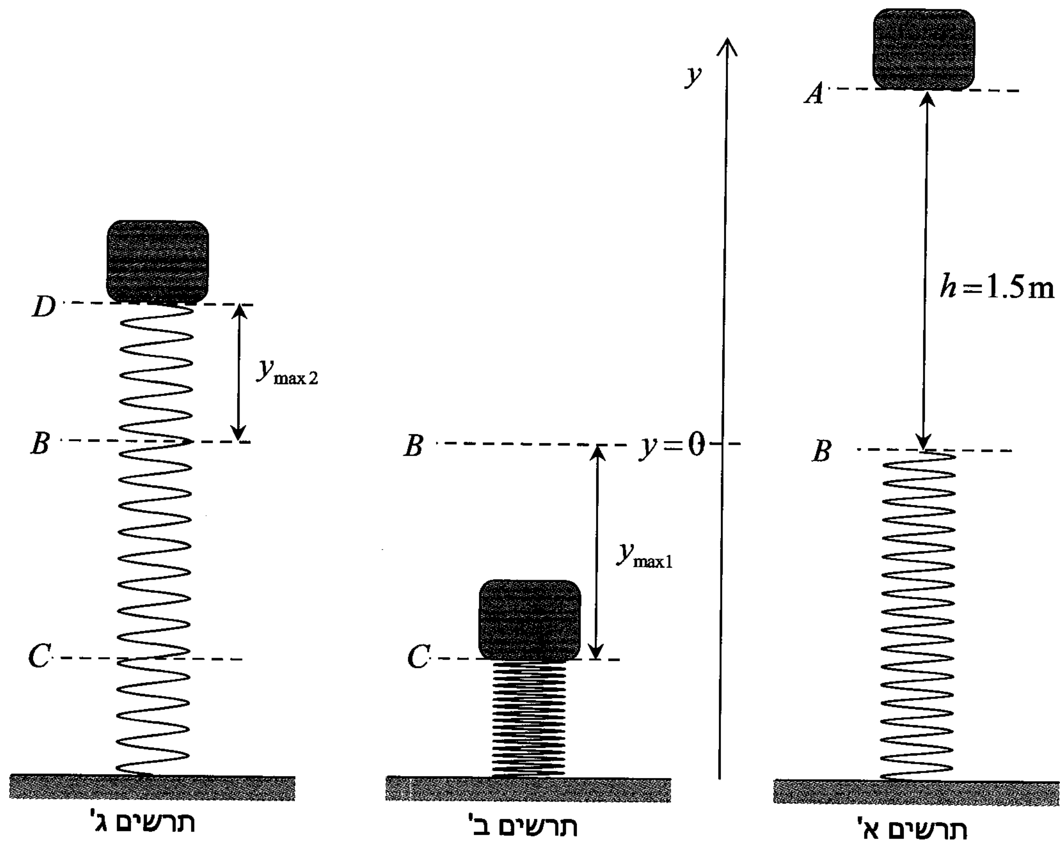
נבחר הכיוון החיובי של הציר (ציר y) כלפי מעלה ו-$y=0$ בנקודה B (בנקודה שבה הקפיץ רפוי). ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ, מהנקודה B ועד לנקודה C תסומן ב-$y_{\max 1}$ (תרשים ב') וההתארכות המקסימלית של הקפיץ, מהנקודה B ועד לנקודה D תסומן ב-$y_{\max 2}$ (תרשים ג').

א. חשב את ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ ביחס למצב שבו הקפיץ רפוי, $y_{\max 1}$.

ב. חשב את ההתארכות המקסימלית של הקפיץ ביחס למצב שבו הקפיץ רפוי, $y_{\max 2}$.

ג. בדרך החזרה מ-C אל D, קבע את מיקום הנקודה שבה מהירות הגוף היא מקסימלית.

ד. חשב את המהירות המקסימלית בנקודה שציינת בסעיף הקודם.


A
$h=1.5\text{m}$
B
תרשים א'
y
B
$y=0$
y_{max1}
C
תרשים ב'
D
y_{max2}
B
C
תרשים ג'

פתרון שאלות פרק 4 - עבודה ואנרגיה

פתרון שאלה 1\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה עבור התיבה בין הנקודות A ו-D, ממנו נקבל:

$$W_{mg}(A \to D) + W_{f_k}(B \to C) = \tfrac{1}{2}mv_D^2 - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$

מתקיים:

$$W_{mg}(A \to D) = mgh_A - mgh_D$$

$$W_{f_k}(B \to C) = -\mu_k mg\ell$$

$$v_A = v_D = 0$$

נציב את הקשרים האחרונים במשוואה הראשונה ונקבל:

$$mgh_A - mgh_D - \mu_k mg\ell = 0$$

$$\Rightarrow h_D = h_A - \mu_k \ell$$

ב. על פי המשוואה מהסעיף האחרון, הגרף המתאר את h_D כפונקציה של h_A הוא גרף לינארי ששיפועו 1, ונקודת החיתוך שלו עם הציר האנכי היא בנקודה המייצגת את הגודל $-\mu_k\ell$. ניתן להראות שמשוואת הקו הישר המתואר בתרשים ב' היא: $y = x - 0.3$. לכן נקבל:

$$\mu_k \ell = 0.3\,\text{m} \quad \Rightarrow \mu_k = \frac{0.3\,\text{m}}{1\,\text{m}} = 0.3$$

ג. הערך h_A שעבורו התיבה נעצרת בנקודה C, הוא הערך שעבורו מתקיים: $h_D = 0$. על פי הגרף המוצג בשאלה, $h_D = 0$ כאשר $h_A = 0.3\,\text{m}$.

נקודה זו מיוצגת על ידי נקודת חיתוך הגרף עם הציר האופקי.

ד. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה עבור תנועת הגוף בין נקודת ההתחלה A לנקודת העצירה E לאורך הקטע המחוספס.

$$W_{mg}(A \to E) + W_{f_k} = \tfrac{1}{2}mv_E^2 - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$

מתקיים:

$$v_A = v_E = 0$$

$$W_{mg}(A \to E) = mgh_A - \cancel{mgh_E} = mgh_A$$

$$W_{f_k} = -f_k(\Delta x_T) = -f_k(n\ell)$$

כאשר $n\ell$ היא הדרך שעבר הגוף לאורך הקטע המחוספס עד לעצירתו.

נציב במשפט עבודה-אנרגיה ונקבל:

$$mgh_A - f_k(n\ell) = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{mgh_A}{f_k\ell} = \frac{mgh_A}{\mu_k mg\ell} = \frac{h_A}{\mu_k\ell} = \frac{1.6}{(0.3)(1)} = 5\tfrac{1}{3}$$

בפעם הראשונה התיבה נעה מ-B אל C.

בפעם השנייה התיבה נעה מ-C אל B.

בפעם השלישית התיבה נעה מ-B אל C.

בפעם הרביעית התיבה נעה מ-C אל B.

בפעם החמישית התיבה נעה מ-B אל C.

בשלב האחרון התיבה נעה מ-C אל B, והיא נעצרת ב-$\frac{1}{3}$ הדרך מ-C אל B, כלומר במרחק $\frac{1}{3}\text{m}$ מ-C.

פתרון שאלה 2\פרק 4

א. הערך המינימלי של v_A $(v_{A\min})$ על מנת שהגוף יגיע לנקודה C הוא הערך שעבורו מתקיים $v_C = 0$. על מנת לחשב את $v_{A\min}$ נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין הנקודות A ו-C:

$$\tfrac{1}{2}mv_{A\min}^2 + mgh_A = 0 + mgh_C$$

$$\Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(h_C - h_A)} =$$

$$\Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{20(0.8)} = 4\,\text{m/s}$$

ב. כעת מתקיים: $v_A = 5\,\text{m/s}$.

(1) בנקודה B:

שימוש בחוק שימור האנרגיה בין הנקודות A ו-B נותן:

$$mgh_A+\tfrac{1}{2}mv_A^2=mgh_B+\tfrac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B=\sqrt{2g(h_A-h_B)+v_A^2}=$$
$$=\sqrt{20(0.6)+25}=6.08\,\text{m/s}$$

בנקודה C:

$$v_C=\sqrt{2g(h_A-h_C)+v_A^2}=$$
$$=\sqrt{20(-0.8)+25}=3\,\text{m/s}$$

בנקודה D מתקבלת אותה תשובה כמו בנקודה B.

(2) בנקודה E, בה הגוף נעצר, מתקיים $v_E=0$, ולכן נקבל:

$$mgh_A+\tfrac{1}{2}mv_A^2=mgh_E+\tfrac{1}{2}mv_E^2$$
$$\Rightarrow gh_A+\tfrac{1}{2}v_A^2=gh_E+0$$
$$\Rightarrow h_E=h_A+\frac{v_A^2}{2g}=0.6+\frac{25}{20}=1.85\,\text{m}$$

ג. לפי סעיף ב(2), מתקיים: $h_E=h_A+\dfrac{v_A^2}{2g'}$

כאשר g' היא תאוצת הכובד על פני הירח ($g'=\tfrac{1}{6}g$). במקרה זה נקבל ש-h_E על הירח גדול מזה שעל כפני כדור הארץ.

ד. שימוש במשפט העבודה-אנרגיה בין הנקודות A ו-E, נותן:

$$W_{mg}(A\to E)+W_{f_k}(A\to E)=\tfrac{1}{2}mv_E^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow mgh_A-mgh_E+W_{f_k}(A\to E)=0-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow W_{f_k}(A\to E)=mgh_E-mgh_A-\tfrac{1}{2}mv_A^2=$$
$$\Rightarrow W_{f_k}(A\to E)=mg(h_E-h_A)-\tfrac{1}{2}mv_A^2=$$
$$=2(1.2-0.6)-\tfrac{1}{2}(0.2)(25)=-1.3\,\text{J}$$

פתרון שאלה 3\פרק 4

א. נתון שב-$x=0$ המערכת נמצאת במצב שווי משקל, לכן מתקיים:

$$m_2g=F$$
$$\Rightarrow m_2=F/g=4/10=0.4\,\text{kg}$$

ב. נשתמש במשפט עבודה אנרגיה עבור מערכת שני הגופים.

בנקודה $x=0.5\,\text{m}$ נקבל:

$$W_F+W_{m_2g}=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v_0^2$$
$$S(0\to 0.5\,\text{m})-m_2g\Delta y=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-0$$
$$\Rightarrow\frac{4+8}{2}\times 0.5-4(0.5)=\tfrac{1}{2}(0.4+0.1)v^2-0$$
$$\Rightarrow v=2\,\text{m/s}$$

בנקודה $x=0.7\,\text{m}$ נקבל:

$$W_F+W_{m_2g}=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v_0^2$$
$$S(0\to 0.7\,\text{m})-m_2g\Delta y=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-0$$
$$\Rightarrow\left[\frac{4+8}{2}\times 0.5+\frac{8\times 0.2}{2}\right]-$$
$$-4(0.7)=\tfrac{1}{2}(0.4+0.1)v^2-0$$
$$\Rightarrow v=2\,\text{m/s}$$

ג. עד ל-$x=0.6\,\text{m}$ מתקיים $F>m_2g$, לכן המערכת נמצאת בקטע זה בתאוצה ומהירותה גדלה. אחרי $x=0.6\,\text{m}$ מתקיים ש-$F<m_2g$, ולכן המערכת מתחילה להאט בקטע זה. לכן v_{max} מתקבל ב-$x=0.6\,\text{m}$.

ד. נשתמש במשפט עבודה אנרגיה בין $x=0$ ו-$x=0.6$:

$$\mathbf{W_F(0\to 0.6\,m)+W_{m_2g}(0\to 0.6\,m)=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v_{max}^2-0}$$
$$\Rightarrow\left[\frac{4+8}{2}\times 0.5+\frac{8+4}{2}\times 0.1\right]-4(0.6)=\tfrac{1}{2}(0.4+0.1)v_{max}^2$$
$$\Rightarrow v=2.19\,\text{m/s}$$

ה. נשתמש במשפט עבודה – אנרגיה בין נקודת ההתחלה $x=0$ ובין נקודת העצירה הרגעית $x=x_{max}$:

$$W_F(0\to 0.7\,\text{m})+W_{m_2g}(0\to x_{max})=$$
$$=\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v_2^2-\tfrac{1}{2}(m_1+m_2)v_1^2$$

כאשר מתקיים: $v_2=v_1=0$. לפי זה נקבל:

$$W_F(0\to 0.7\,\text{m})+W_{m_2g}(0\to x_{max})=0$$

$$\left[\frac{4+8}{2}\times 0.5+\frac{8\times 0.2}{2}\right]-4x_{max}=0$$

$$\Rightarrow x_{max}=0.95\,\text{m}$$

פתרון שאלה 4\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה - אנרגיה בין הנקודות A ו-C:

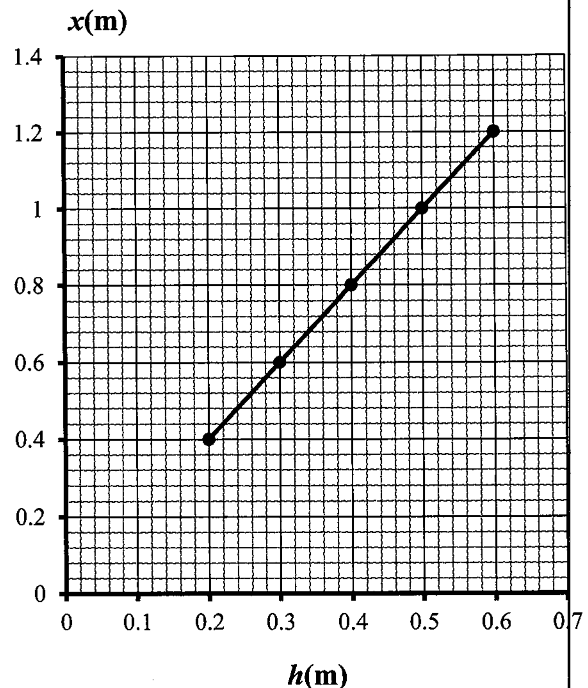
$$\Sigma W_F(A\to C)=\tfrac{1}{2}mv_C^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{mg}(A\to C)+W_{f_k}(B\to C)=\tfrac{1}{2}mv_C^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow mg(h_A-\cancel{h_C})-f_kx=0-0$$

$$\Rightarrow x=\frac{mgh}{f_k}=\frac{mg}{\mu_kmg}h \Rightarrow x=\left(\frac{1}{\mu_k}\right)h$$

ב.



ג. לפי הקשר בסעיף א, שיפוע הגרף מייצג את הגודל $1/\mu_k$. שיפוע הגרף הוא 2, לכן נקבל: $\mu_k=0.5$.

ד. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות C ו-A:

$$\Sigma W_F(C\to A)=\tfrac{1}{2}mv_A^2-\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow W_{mg}(C\to A)+W_{f_k}(C\to A)=\tfrac{1}{2}mv_A^2-\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow mg(h_C-h_A)-f_kx=0-\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow mg(-h)-(\mu_kmg)x=0-\tfrac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C=\sqrt{2\mu_kgx+2gh}$$

$$\Rightarrow v_C=\sqrt{2(5)(0.4)+12} \quad \Rightarrow v_C=4\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 5\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות A ו-C:

$$W_{mg}(A\to C)+W_{f_k}(B\to C)=\tfrac{1}{2}mv_C^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow mg(h_A-h_C)+W_{f_k}(B\to C)=0-0$$

$$\Rightarrow W_{f_k}(B\to C)=-mg(h_A-h_C)=$$

$$=-2(0.9-0.6)=-0.6\,\text{J}$$

ב. מתקיים:

$$W_{f_k}(B\to C)=-f_k\Delta x_{BC}=-f_kh_C/\sin 30$$

נציב W_{f_k} מהסעיף הקודם ונקבל:

$$-f_kh_C/\sin 30=-0.6$$

$$\Rightarrow f_k=\frac{0.6\sin 30}{h_c}=0.5\,\text{N}$$

על מנת לחשב את מקדם החיכוך הקינטי נשתמש בקשר:

$$f_k=\mu_kN=\mu_kmg\cos 30$$

ונקבל:

$$\mu_kmg\cos 30=0.5$$

$$\Rightarrow \mu_k=\frac{0.5}{2\cos 30}=0.29$$

ג. ממצב שווי משקל בכיוון המקביל למישור המשופע נקבל:

$$f_s=mg\sin 30=1\,\text{N}$$

ד. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות A ו-D:

$$W_{mg}(A\to D)+W_{f_k}(B\to D)=\tfrac{1}{2}mv_D^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$

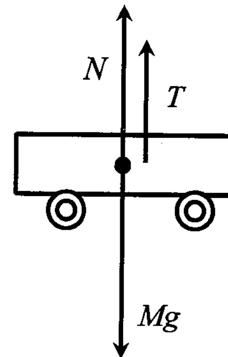
$$\Rightarrow mg(h_A-h_D)-f_kh_D/\sin 30=0-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow mgh_A+\tfrac{1}{2}mv_A^2=mgh_D+f_kh_D/\sin 30$$

$$\Rightarrow h_D = \frac{mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2}{(mg + f_k / \sin 30)} =$$
$$= \frac{2(0.9) + \frac{1}{2}(0.2)3^2}{(2 + 0.5/0.5)} = 0.9\,\text{m}$$

פתרון שאלה 6\פרק 4

א. הכוחות הפועלים על העגלה בנקודה A הם: כוח הכובד Mg, הכוח הנורמלי N והמתיחות בחוט T, כפי שמתואר בתרשים:



מאחר והעגלה במצב שווי המשקל מתקיים:

$T + N = Mg$

וגם: $Mg = 60\,\text{N}$.

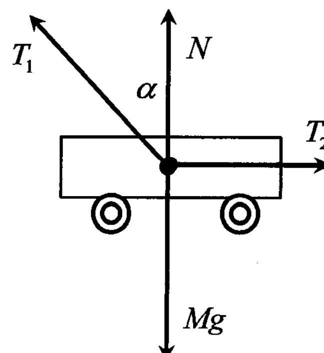
היות וגם המשקולת שמסתה m נמצאת במצב שווי המשקל, מתקיים:

$T = mg = 15\,\text{N}$

נציב במשוואה הנ"ל ונקבל:

$N = Mg - T = 60 - 15 = 45\,\text{N}$

ב. במצב זה על העגלה פועלים הכוחות המתוארים בתרשים הבא:



מתרשים ב' מתקבל:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{1.2}{2} = 0.6$$
$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{1.6}{2} = 0.8$$

מתקיים: $T_1 = 15\,\text{N}$.

ממצב שווי משקל עבור העגלה מתקיים שבכיוון האופקי:

$T_2 = T_1 \sin\alpha = 15(0.6) = 9\,\text{N}$

ממצב שווי משקל עבור העגלה מתקיים בכיוון האנכי:

$N + T_1\cos\alpha = Mg$

$\Rightarrow N = 60 - 15(0.8) = 48\,\text{N}$

ג. נתייחס אל המערכת כאל גוף אחד שמסתו $(m+M)$. הכוחות שמבצעים עבודה על מערכת זו בתנועתה מ-A עד B, הם: mg והכוח החיצוני F שהופעל על העגלה מ-A עד B. לפי משפט עבודה-אנרגיה מתקיים:

$$W_F(A \to B) + W_{mg}(A \to B) =$$
$$= \tfrac{1}{2}(m+M)v_B^2 - \tfrac{1}{2}(m+M)v_A^2$$

מכיוון שמתקיים $v_A = v_B = 0$ נקבל:

$$(1) \quad W_F(A \to B) + W_{mg}(A \to B) = 0$$

עבודת הכוח mg נתונה על ידי:

$W_{mg} = -mg\Delta h = -mg(BC - AC)$

כאשר $AC = 1.6\,\text{m}$ ו-$BC = 2\,\text{m}$ (ראה תרשים ב'). לכן נקבל:

$W_{mg} = -15(2 - 1.6) = -6\,\text{J}$

נציב בקשר (1), ונקבל:

$W_F(A \to B) + (-6) = 0$

$\Rightarrow W_F(A \to B) = 6\,\text{J}$

ד. העגלה נעה לכיוון הנקודה A בתאוצה ההולכת וקטנה (מאחר והרכיב האופקי של T_1 בכיוון התנועה קטן), וכתוצאה מכך העגלה נעה במהירות ההולכת וגדלה, אבל בקצב שהולך וקטן.

ה. עד לנקודה A העגלה נעה בתאוצה, ואחרי נקודה זו היא מתחילה להאט. לכן המהירות המקסימלית עבור העגלה מתקבלת בנקודה A

ו. נתייחס למערכת כאל גוף אחד שמסתו $m+M$ ונשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בתנועה בין המצב ההתחלתי והמצב הסופי. הכוח היחיד שמבצע עבודה על המערכת במהלך תנועתה זו הוא כוח הכובד שפועל על המשקולת m, כך שמתקיים:

$$W_{mg}(B\to A)=\tfrac{1}{2}(m+M)v_A^2-\tfrac{1}{2}(m+M)v_B^2$$

מתקיים גם $v_B=0$,$v_A=v_{\max}$,ו-:

$$W_{mg}=mg\Delta h$$

כאשר $\Delta h=BC-AC=2-1.6=0.4\,\text{m}$.

מכאן נקבל:

$$mg\Delta h=\tfrac{1}{2}(m+M)v_{\max}^2-0$$
$$\Rightarrow v_{\max}=\sqrt{\frac{2mg\Delta h}{m+M}}=\sqrt{\frac{2(15)(0.4)}{1.5+6}}=1.26\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

פתרון שאלה 7\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה עבור הגוף בין הנקודה A ונקודה כלשהי D הממוקמת במקום x על המשטח האופקי:

$$W_{mg}(A\to D)+W_{f_k}(0\to x)=K(x)-K_A$$
$$\Rightarrow mgh_A-mgh_D-f_k(x-0)=K(x)-0$$

נבחר את מישור הייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית להיות המישור האופקי שעובר בנקודה B, ונקבל: $h_A=h$ ו-$h_D=0$. נציב בקשר האחרון ונקבל:

$$mgh-0-\mu_k mg(x-0)=K(x)-0$$
$$\Rightarrow K(x)=mgh-\mu_k mgx$$

ב.

(1) נקודת חיתוך הגרף עם הציר האנכי היא ב-$K=16\text{J}$. לפי המשוואה בסעיף א', גודל זה מייצג את הגודל mgh. לכן נקבל:

$$mgh=16$$
$$\Rightarrow (2)(10)h=16\ \Rightarrow h=0.8\,\text{m}$$

(2) לפי הקשר בסעיף א', שיפוע הגרף מייצג את הגודל $-\mu_k mg$. על מנת לחשב את שיפוע הגרף, נבחר שתי נקודות הנמצאות על קו המגמה, למשל: $(0.5\text{m},8\text{J})$ ו-$(0,16\text{J})$, ונקבל:

$$-\mu_k mg=\frac{16-8}{0-0.5}$$
$$\Rightarrow -\mu_k(20)=-16\ \Rightarrow \mu_k=0.8$$

ג. נקודה זו מייצגת את המקום שבו האנרגיה הקינטית של הגוף מתאפסת, כלומר המקום שבו הגוף נעצר.

ד. על מנת לחשב את מקום הנקודה שבה הגוף נעצר, נמצא את משוואת הקו הישר, והיא:

$$K(x)=16-16x$$

האנרגיה הקינטית מתאפסת כאשר מתקיים:

$$16-16x=0\ \ \Rightarrow x=1\text{m}$$

פתרון שאלה 8\פרק 4

א. נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין שתי הנקודות A ו-B:

$$\tfrac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\tfrac{1}{2}mv_B^2+mgh_B$$
$$\Rightarrow v_A=\sqrt{2g(h_B-h_A)+v_B^2}=$$
$$=\sqrt{20(1.95-0.2)+1}=6\,\text{m/s}$$

ב. נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין הנקודות A ו-D:

$$\tfrac{1}{2}mv_D^2+mgh_D=\tfrac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=$$
$$\Rightarrow v_D=\sqrt{2g(h_A-h_D)+v_A^2}=$$
$$=\sqrt{20(0.2-1.2)+36}=4\,\text{m/s}$$

ג. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות D ו-E:

$$W_{f_k}(D\rightarrow E)=K_E-K_D$$
$$\Rightarrow -\mu_k mgx=0-\tfrac{1}{2}mv_D^2$$
$$\Rightarrow x=\frac{v_D^2}{2\mu_k g}=\frac{4^2}{2(0.5)10}=1.6\,\text{m}$$

ד. נחשב קודם את מהירות הגוף בנקודה D, וזה על ידי שימוש במשפט עבודה אנרגיה בין הנקודות D ו- F:

$$W_{f_k}(D\rightarrow F)=K_F-K_D$$
$$\Rightarrow -\mu_k mg\Delta x=0-\tfrac{1}{2}mv_D^2$$
$$\Rightarrow v_D=\sqrt{2\mu_k g\Delta x}=\sqrt{2(0.5)(10)(0.4)}=$$
$$=2\,\text{m/s}$$

על מנת לחשב את הגובה h החדש, נשתמש בחוק שימור האנרגיה בין הנקודות A ו- D:

$$\tfrac{1}{2}mv_D^2+mgh_D=\tfrac{1}{2}mv_A^2+mgh_A$$
$$\Rightarrow h_D=\frac{v_A^2-v_D^2}{2g}+h_A=\frac{6^2-2^2}{20}+0.2=1.8\,\text{m}$$

פתרון שאלה 9\פרק 4

א. הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף נתון על ידי:

$$F_{\text{sp}}=-k\Delta y$$

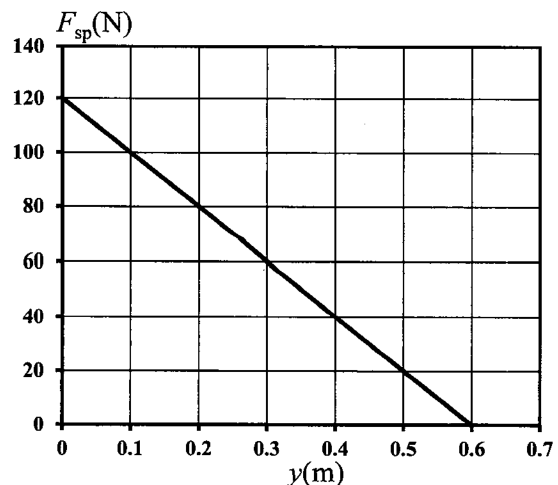
כאשר Δy הוא ההעתק ביחס לנקודה $y=0.6$ שבה הקפיץ נמצא במצב רפוי. מתקיים:

$$\Delta y=y-0.6$$

לכן נקבל:

$$F_{\text{sp}}=-200(y-0.6)=120-200y$$

ב.



ג. לפי משפט עבודה-אנרגיה מתקיים:

$$W_{F_{sp}}(0\rightarrow 0.6\text{m})+W_{mg}(0\rightarrow 0.6\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow \frac{120\times 0.6}{2}-40\times 0.6=\tfrac{1}{2}4v_2^2-0$$
$$\Rightarrow v_2=2.45\,\text{m/s}$$

ד. עד לנק' $y=0.6\text{m}$ פועלים על הגוף שני כוחות: F_{sp} כלפי מעלה ו- mg כלפי מטה.

נקודת שווי המשקל בבעיה זו היא הנקודה שבה מתקיים: $F_{\text{sp}}=mg$, כלומר:

$$120-200y=40\quad\Rightarrow y=0.4\,\text{m}$$

לפי זה, מ- $y=0$ עד $y=0.4\text{m}$ מתקיים: $F_{\text{sp}}>mg$ והגוף נע בתאוצה. אחרי $y=0.4\text{m}$ מתקיים $F_{\text{sp}}<mg$, ולכן הגוף מתחיל להאט.

לכן $v_{\max}$ מתקבל ב- $y=0.4\text{m}$.

ה. על מנת לחשב את המהירות המקסימלית של הגוף, נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=0.4\text{m}$:

$$W_{F_{sp}}(0\rightarrow 0.4\text{m})+W_{mg}(0\rightarrow 0.4\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_{\max}^2-0$$
$$\frac{120+40}{2}\times 0.4+(-40)\times 0.4=\tfrac{1}{2}(4)v_{\max}^2+0$$
$$\Rightarrow v_{\max}=2.83\,\text{m/s}$$

ו. נשתמש שוב במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=h_{\max}$:

$$W_{F_{sp}}(0\rightarrow 0.6)+W_{mg}(0\rightarrow h_{\max})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow \frac{120\times 0.6}{2}+(-40)\times h_{\max}=0-0$$
$$\Rightarrow h_{\max}=0.9\,\text{m}$$

פתרון שאלה 10\פרק 4

א. לפי משפט עבודה-אנרגיה נקבל:

$$W_F(0\rightarrow 3\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$20\times 3=\tfrac{1}{2}(2)v_2^2+0\Rightarrow v_2=7.75\,\text{m/s}$$

ב. המהירות המקסימלית היא בנקודה שבה עבודת הכוח F מקסימלית, כלומר בנקודה שבה השטח הכלוא בין גרף הכוח וציר x הוא מקסימלי. השטח מקבל ערך מקסימלי ב-

$x=7\,\text{m}$, לכן המהירות המקסימלית מתקבלת ב- $x=7\,\text{m}$. על מנת לחשב מהירות מקסימלית זו, נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $x=0$ ו- $x=7\,\text{m}$:

$$W_F(0\to 7\,\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\frac{3+7}{2}\times 20=\tfrac{1}{2}(2)v_{\max}^2-0 \Rightarrow v_{\max}=10\,\text{m/s}$$

ג. על הגוף פועלים כעת שני כוחות בכיוון ציר ה- x: הכוח F בכיוון התנועה, וכוח החיכוך נגד כיוון תנועה הנתון על ידי:

$$f_k=\mu_k mg=0.5(20)=10\,\text{N}$$

לפי הגרף, עד ל- $x=5\,\text{m}$ מתקיים ש- $F>f_k$, ואחרי $x=5\,\text{m}$ מתקיים ש- $F<f_k$. לכן הגוף נע בתאוצה עד ל- $x=5\,\text{m}$, ולאחר נקודה זו היא מתחילה להאט. מכאן שהמהירות המקסימלית היא ב- $x=5\,\text{m}$.

ד. לפי משפט עבודה-אנרגיה מתקיים:

$$W_F(0\to 5\,\text{m})+W_{f_k}(0\to 5\,\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_{\max}^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow S(0\to 5\,\text{m})-f_k\Delta x=\tfrac{1}{2}(2)v_{\max}^2-0$$

$$\Rightarrow 20\times 3+\frac{20+10}{2}\times 2-10\times 5=\tfrac{1}{2}(2)v_{\max}^2-0$$

$$\Rightarrow v_{\max}=6.32\,\text{m/s}$$

ה.

$$W_F(0\to 7\,\text{m})+W_{f_k}(0\to 7\,\text{m})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{3+7}{2}\times 20-10\times 7=\tfrac{1}{2}(2)v_2^2-0$$

$$\Rightarrow v_2=5.48\,\text{m/s}$$

ו. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $x=0$ ובין נקודת העצירה $x=x_{\max}$:

$$W_F(0\to 7\,\text{m})+W_{f_k}(0\to x_{\max})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{3+7}{2}\times 20-10\times(x_{\max}-0)=0-0$$

$$\Rightarrow x_{\max}=10\,\text{m}$$

פתרון שאלה 11\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=400\,\text{m}$. הכוחות הפועלים על הטיל במהלך תנועתו הם: mg ו- F. ממשפט עבודה-אנרגיה נקבל:

$$W_F(0\to 400\,\text{m})+W_{mg}(0\to 400)=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{2000\times 400}{2}-500\times 400=\tfrac{1}{2}50v_2^2-0$$

$$\Rightarrow v_2=89.44\,\text{m/s}$$

ב. המהירות המקסימלית מתקבלת בנקודה שבה מתקיים $F=mg$, כלומר בנקודה $y=300\,\text{m}$, כי עד לנקודה זו $F>mg=500\,\text{N}$ והטיל נע בתאוצה, ואחרי נקודה זו $F<mg$ והטיל מתחיל להאט.

ג. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=300\,\text{m}$:

$$W_F(0\to 300\,\text{m})+W_{mg}(0\to 300)=\tfrac{1}{2}mv_{\max}^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{2000+500}{2}\times 300-500\times 300=\tfrac{1}{2}50v_2^2-0$$

$$\Rightarrow v_2=94.86\,\text{m/s}$$

ד. נשתמש שוב במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ובין נקודת העצירה הרגעית, $y=y_{\max}$:

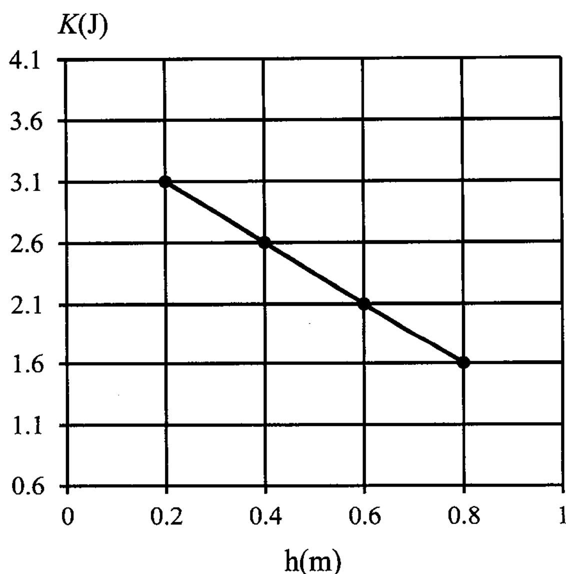
$$W_F(0\to 400\,\text{m})+W_{mg}(0\to y_{\max})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{2000\times 400}{2}-500\times(y_{\max}-0)=0-0$$

$$\Rightarrow y_{\max}=800\,\text{m}$$

פתרון שאלה 12\פרק 4

א.



ב. נבחר את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מעלה ואת $y=0$ בנקודה שבה נזרק הכדור ונשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=h$:

$$W_{mg}(0\to h)+W_f(0\to h)=K(h)-\tfrac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Rightarrow(0-mgh)-fh=K(h)-\tfrac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Rightarrow K(h)=\tfrac{1}{2}mv_0^2-(mg+f)h$$

ג.

(1) לפי הקשר שהתקבל מהסעיף הקודם, שיפוע הגרף נתון על ידי הגודל: $-(mg+f)$. לפי הגרף בסעיף א', השיפוע הוא $-2.5\,\text{J/m}=-2.5\,\text{N}$. מכאן נקבל:

$$-(mg+f)=-2.5$$
$$\Rightarrow-(2+f)=-2.5\quad\Rightarrow f=0.5\,\text{N}$$

(2) לפי הקשר שהתקבל בסעיף ב', נקודת החיתוך עם הציר האנכי נתונה על ידי הגודל $\tfrac{1}{2}mv_0^2$, ולפי הנתון בסעיף א', נקודת חיתוך הגרף עם הציר האנכי היא $K=3.6\text{J}$. מכאן נקבל:

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2=3.6$$
$$\Rightarrow\tfrac{1}{2}(0.2)v_0^2=3.6\Rightarrow v_0=6\,\text{m/s}$$

ד. נקודת חיתוך הגרף עם הציר האופקי מייצגת את הגובה h שעבורו מתקיים $K=0$, כלומר זהו הגובה המקסימלי אליו מגיע הכדור.

ה. משוואת הגרף היא: $K=3.6-2.5h$.
כאשר $K=0$ נקבל:

$$3.6-2.5h_{\max}=0\quad\Rightarrow h_{\max}=\frac{3.6}{2.5}=1.2\,\text{m}$$

ו. נחשב את תאוצת הכדור בעלייה (a_1):

$$a_1=\frac{-mg+(-f)}{m}=\frac{-2-0.5}{0.2}=-12.5\,\text{m/s}^2$$

לחישוב זמן העלייה נשתמש בקשר:

$$v=v_0+a_1t=6-12.5t$$

נציב $v=0$ ונקבל:

$$6-12.5t_1=0\quad\Rightarrow t_1=0.48\,\text{s}$$

ז. נחשב את תאוצת הכדור בירידה (a_2):

$$a_2=\frac{-mg+f}{m}=\frac{-2+0.5}{0.2}=-7.5\,\text{m/s}^2$$

על מנת לחשב זמן הירידה נשתמש בקשר:

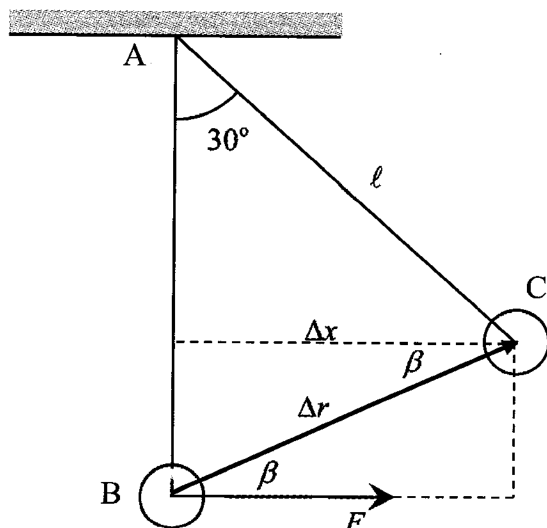
$$y=y_0+v_0t+\tfrac{1}{2}a_2t^2$$

נציב: $y_0=1.2\,\text{m}$, $v_0=0$, $a_2=-7.5\,\text{m/s}^2$ ו- $y=0$ ונקבל:

$$0=1.2+0+\tfrac{1}{2}(-7.5)t_2^2\quad\Rightarrow t_2=0.57\,\text{s}$$

פתרון שאלה 13\פרק 4

א. על מנת לחשב את עבודת הכוח F ניעזר בתרשים הבא שבו מתוארים הכוח F וההעתק Δr בין נקודות ההתחלה והסיום.



על פי ההגדרה, עבודת הכוח לאורך ההעתק Δr נתונה על ידי: $W_F=F_{\parallel}\Delta r$ כאשר Δr הוא העתק הכדור בין נקודת ההתחלה והסוף, ו- $F_{\parallel}=F\cos\beta$, הוא רכיב הכוח המקביל להעתק Δr, כאשר הזווית β היא הזווית בין הכוח $\vec{F}$ וההעתק $\Delta\vec{r}$ (ראה את התרשים).
לכן מתקבל:

$$W_F = F_{\|}\Delta r = (F\cos\beta)\Delta r = F(\Delta r\cos\beta)$$

הגודל $\Delta r\cos\beta$ במשוואה האחרונה שווה להעתק Δx (ראה תרשים), ומכיוון שמתקיים $\Delta x = \ell\sin 30$ נקבל:

$$W_F = F(\Delta r\cos\beta) = F(\Delta x) = F(\ell\sin 30) =$$
$$= 5(1.6\sin 30) = 4\,\text{J}$$

ב. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין נקודת ההתחלה ובין הנקודה שבה הזווית שווה ל- $30°$:

$$W_F(1\to 2) + W_{mg}(1\to 2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$W_F(1\to 2) + mg(h_1 - h_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

נבחר את מישור הייחוס בנקודה הנמוכה ביותר, ונקבל $h_1 = 0$, $h_2 = \ell - \ell\cos 30$, לכן נקבל:

$$W_F(1\to 2) - mg\ell(1-\cos 30) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - 0$$
$$\Rightarrow 4 - 5(1.6)(1-\cos 30) = 0.25v_2^2$$
$$\Rightarrow v_2 = 3.42\,\text{m/s}$$

ג. נחשב את $h_{\max}$ על ידי שימוש במשפט עבודה-אנרגיה בין נקודת ההתחלה והנקודה שבה הגובה מקסימלי:

$$W_F(1\to 2) + W_{mg}(1\to 2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow W_F(1\to 2) + mg(h_1 - h_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

מאחר והכוח F מפסיק לפעול כאשר הזווית $30°$, עבודת הכוח F אינה משתנה במקרה זה והיא אותה עבודה כמו בסעיף הקודם $(4\,\text{J})$.

לכן נקבל מהקשר האחרון:

$$4 + 5(0 - h_{\max}) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow h_{\max} = 0.8\,\text{m}$$

הזווית המקסימלית ניתנת על ידי:

$$\cos\alpha_{\max} = \frac{\ell - h_{\max}}{\ell} = \frac{1.6-0.8}{1.6} = 0.5$$
$$\Rightarrow \alpha_{\max} = 60°$$

ד. עכשיו צריך להתקיים:

$$W_F(1\to 2) + W_{mg}(1\to 2) = 0 - 0$$

כאשר $W_F = F\ell\sin 30$ (ראה סעיף א').

ו-

$$W_{mg} = mg(h_1 - h_2) = mg\left[0 - \ell(1-\cos 30)\right]$$

נציב בקשר הנ"ל ונקבל:

$$F\ell\sin 30 - mg\ell(1-\cos 30) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow F = \frac{mg(1-\cos 30)}{\sin 30} =$$
$$= \frac{5(1-\cos 30)}{\sin 30} = 1.34\,\text{N}$$

פתרון שאלה 14\פרק 4

א. נבחר את הכיוון החיובי שמאלה, ואת $x=0$ בנקודה שבה נמצא קצה הקפיץ במצבו הרפוי. לחישוב שיעור ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ נשתמש בחוק שימור האנרגיה עבור מערכת התיבה והקפיץ:

$$\tfrac{1}{2}kx_2^2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \tfrac{1}{2}kx_1^2 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

כאשר: $v_1 = 5\,\text{m/s}$, $v_2 = 0$, $x_1 = 0$ ו- $x_2 = x_{\max}$. נציב ונקבל:

$$\tfrac{1}{2}kx_{\max}^2 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow x_{\max} = \pm v_1\sqrt{\frac{m}{k}} = \pm 5\sqrt{\frac{0.5}{200}} = \pm 0.25\,\text{m}$$

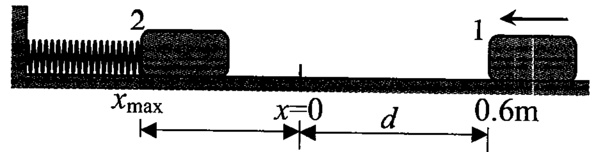
נבחר בערך החיובי מאחר ובחרנו את הכיוון החיובי שמאלה.

ב. נשתמש שוב בחוק שימור האנרגיה עבור הקפיץ:

$$\tfrac{1}{2}kx_2^2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \tfrac{1}{2}kx_1^2 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow kx_2^2 + mv_2^2 = 0 + mv_1^2$$
$$\Rightarrow x_2 = \pm\sqrt{\frac{m}{k}\left(v_1^2 - v_2^2\right)} =$$
$$= \pm\sqrt{\frac{0.5}{200}\left(5^2 - 3^2\right)} = \pm 0.2\,\text{m}$$

נבחר בתוצאה החיובית.

ג. נשתמש במשפט-עבודה אנרגיה עבור התיבה בין נקודת ההתחלה ובין הנקודה שבה התכווצות הקפיץ מקסימלית. מתקיים (ראה תרשים):



$$W_{f_k}(-0.6 \to x_{max}) + W_{F_{sp}}(0 \to x_{max}) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$-\mu_k mg\left[x_{max} - (-0.6)\right] + \left(\tfrac{1}{2}kx_1^2 - \tfrac{1}{2}kx_2^2\right) = -\tfrac{1}{2}(0.5)5^2$$
$$\Rightarrow -0.8(5)\left(x_{max} + 0.6\right) + \left(0 - 100x_{max}^2\right) = -6.25$$
$$\Rightarrow 100x_{max}^2 + 4x_{max} - 3.85 = 0$$
$$\Rightarrow x_{max} = \frac{-3 \pm \sqrt{4^2 + 4(100)(3.85)}}{200}$$
$$\Rightarrow x_{max1} = 0.18\,\text{m}, \quad x_{max2} = -0.21\,\text{m}$$

נבחר את התשובה החיובית ונקבל: $x_{max} = 0.18\,\text{m}$.

ד. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין x_{max} עד x_B (שים לב! $x_B < 0$ בגלל אופן בחירת הציר):

$$W_{f_k}(0.18 \to x_B) + W_{F_{sp}}(0.18 \to 0) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow +\mu_k mg\left(x_B - 0.18\right) + \left(100 \times 0.18^2 - 0\right) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow 0.8(5)\left(x_B - 0.18\right) + 3.24 = 0$$
$$\Rightarrow x_B = -0.63\,\text{m}$$

מיקום נקודה B ביחס לנקודה A הוא:

$$x_{BA} = x_B - x_A = -0.63 - (-0.6) = -0.03\,\text{m}$$

ה. מתקיים:

$$W_{f_k}(A \to B) + W_{F_{sp}}(0 \to 0) = \tfrac{1}{2}mv_B^2 - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow W_{f_k}(A \to B) + 0 = 0 - \tfrac{1}{2}mv_A^2 =$$
$$= -\tfrac{1}{2}(0.5)(5)^2 = -6.25\,\text{J}$$

פתרון שאלה 15\פרק 4

א. צריך להתקיים:

$$k\Delta\ell_{max} = F_{max}$$
$$\Rightarrow \Delta\ell_{max} = F_{max}/k = 5/20 = 0.25\,\text{m}$$

ב. נבחר את הכיוון החיובי כלפי מעלה, את $y=0$ בנקודה שבה נמצא הקצה העליון של הקפיץ במצב רפוי ונשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין $y_1 = h_{max}$ עד $y_2 = -y_{max}$:

$$W_{mg}\left(y_1 \to y_2\right) + W_{F_{sp}}(0 \to y_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow mg\left[h_{max} - (-y_{max})\right] + \left(0 - \tfrac{1}{2}ky_{max}^2\right) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow 0.5(h_{max} + 0.25) - \tfrac{1}{2}(20)(0.25)^2 = 0$$
$$\Rightarrow h_{max} = 1\text{m}$$

ג. ונשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין $y_1 = 4\text{m}$ עד $y_2 = -\frac{F_{max}}{k} = -\frac{5}{k}$:

$$W_{mg}\left(y_1 \to y_2\right) + W_{F_{sp}}(0 \to y_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow mg\left[h_{max} - (-y_{max})\right] + \left(0 - \tfrac{1}{2}ky_{max}^2\right) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow 0.5(4 + \frac{5}{k}) - \tfrac{1}{2}k\left(\frac{5}{k}\right)^2 = 0$$
$$\Rightarrow 0.5(4 + \frac{5}{k}) - \tfrac{1}{2}k\frac{25}{k^2} = 0$$
$$\Rightarrow 0.5(4 + \frac{5}{k}) - \frac{5}{2}\frac{5}{k} = 0$$

נסמן $5/k$ ב- z, ונקבל:

$$0.5(4 + z) - \tfrac{5}{2}z = 0$$
$$(4 + z) - 5z = 0$$
$$\Rightarrow z = 1$$
$$\Rightarrow \frac{5}{k} = 1 \quad \Rightarrow k = 5\,\text{N/m}$$

ד. נחשב את ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ כעת.

$$W_{mg}\left(y_1 \to y_2\right) + W_{F_{sp}}(0 \to y_2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow 0.5(2 - y) + (0 - \tfrac{1}{2}5y^2) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow 5y^2 + y - 2 = 0$$
$$\Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4(5)(2)}}{10}$$

נבחר את התוצאה השלילית ונקבל:

$y = -0.74\,\text{m}$

הכוח המקסימלי שהקפיץ מפעיל במקרה זה

הוא:

$$F_{F_{sp}} = -ky = -5(-0.74) = 3.7\,\text{N}$$

פתרון שאלה 16\פרק 4

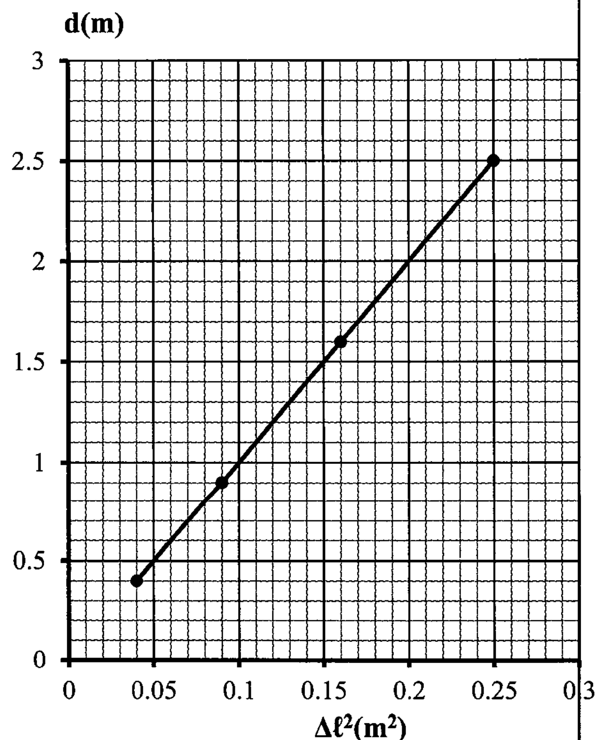
א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה עבור התיבה בתנועתה מ-A עד C:

$$W_{f_k}(A\to C) + W_{F_{sp}}(A\to B) = \tfrac{1}{2}mv_C^2 - \tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow -f_k d + \left(\tfrac{1}{2}k\Delta\ell^2 - 0\right) = 0 - 0$$
$$\Rightarrow -\mu_k mgd + \tfrac{1}{2}k\Delta\ell^2 = 0$$
$$\Rightarrow d = \left(\frac{k}{2\mu_k mg}\right)\Delta\ell^2$$

ב. על מנת לקבל גרף לינארי יש לשרטט את d כפונקציה של $\Delta\ell^2$. לשם כך נכין טבלה של ערכי d כפונקציה של $\Delta\ell^2$:

$d(\text{m})$	$\Delta\ell^2(\text{m}^2)$
0.4	0.04
0.9	0.09
1.6	0.16
2.5	0.25

על סמך טבלה זו מתקבל הגרף הבא, המתאר כמובן את d כפונקציה של $\Delta\ell^2$:



ג. לפי הקשר מסעיף א', שיפוע הגרף נתון על ידי הביטוי $\frac{k}{2\mu_k mg}$, ולפי הגרף בסעיף ב' שיפוע הגרף הוא $10/\text{m}$. לכן נקבל:

$$\frac{60}{2\mu_k(5)} = 10 \quad \Rightarrow \mu_k = 0.6$$

ד.

(1) המהירות המקסימלית מתקבלת בנקודה שבה מתקיים: $F_{sp} = f_k$, משום שלפני נקודה זו $F_{sp} > f_k$ והתיבה נמצאת בתאוצה, ואחריה מתקיים $F_{sp} < f_k$ והתיבה נעה בתאוטה.

על מנת לחשב את שיעור הנקודה הזו נבחר את הכיוון החיובי של ציר x ימינה, נקבע ש-$x = 0$ בקצה הקפיץ במצבו הרפוי ונקבל:

$$-kx - \mu_k mg = 0$$
$$\Rightarrow x = -\frac{\mu_k mg}{k} = -\frac{0.6(5)}{60} = -0.05\,\text{m}$$

כלומר נקודה זו נמצאת במרחק 5cm משמאל לקצה הקפיץ כשהוא רפוי.

(2) לחישוב v_{max}, נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין $x_1 = -0.2\,\text{m}$ ו-$x_2 = -0.05\,\text{m}$, ונקבל:

$$W_{f_k}(-0.2 \to -0.05) + W_{F_{sp}}(-0.2 \to -0.05) = \tfrac{1}{2}mv_{max}^2 - 0$$
$$\Rightarrow -(\mu_k mg)[-0.05 - (-0.2)] + \left(\tfrac{1}{2}60\times0.2^2 - \tfrac{1}{2}60\times0.05^2\right) = \tfrac{1}{2}mv_{max}^2$$
$$\Rightarrow -(3)(0.15) + \left(\tfrac{1}{2}60\times0.2^2 - \tfrac{1}{2}60\times0.05^2\right) = \tfrac{1}{2}(0.5)v_{max}^2$$
$$\Rightarrow v_{max} = 1.64\,\text{m/s}$$

ה. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין $x_1 = -0.2\,\text{m}$ ו-$x_2 = x_{max}$, ונקבל:

$$W_{f_k}(-0.2 \to x_{max}) + W_{F_{sp}}(-0.2 \to x_{max}) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow -(\mu_k mg)[x_{max} - (-0.2)] + \left[\tfrac{1}{2}60\times(-0.2)^2 - \tfrac{1}{2}60x_{max}^2\right] = 0$$
$$\Rightarrow -(3)(x_{max} + 0.2) + (1.2 - 30x_{max}^2) = 0$$
$$\Rightarrow 30x_{max}^2 + 3x_{max} - 0.6 = 0$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2+4(30)(0.6)}}{60}$$

מכיוון ש- x_{max} נמצאת בחלק החיובי של הציר, נבחר בתוצאה שסימנה חיובי ונקבל: $x_{max}=0.1\text{m}$.

פתרון שאלה 17\פרק 4

א. מהירות האדם ברגע שבו החבל מתחיל להימתח היא המהירות לאחר נפילה חופשית לאורך העתק של 45m. לכן נקבל:

$$v=\pm\sqrt{v_0^2+2a\Delta y}$$

נבחר את הכיוון החיובי של ציר y כלפי מטה ואת $y=0$ בתחילת הנפילה החופשית.

$$v=\pm\sqrt{0+2(10)(45-0)}=\pm30\text{m/s}$$

נבחר בתוצאה שסימנה חיובי כי כיוון המהירות הוא בכיוון החיובי.

ב. נחשב את המרחק המקסימלי שעובר האדם בתנועתו כלפי מטה עד לעצירה הרגעית. לשם כך נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=y_2$, כאשר y_2 הוא מיקום נקודת העצירה הרגעית (שים לב! $y>0$ לפי אופן בחירת הציר).

$$W_{mg}(0\rightarrow y_2)+W_{F_{el}}(45\rightarrow y_2)=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow mg(y_2-0)+\left[0-\tfrac{1}{2}k\left(y_2-45\right)^2\right]=0-0$$

$$\Rightarrow 600y_2-50(y_2-45)^2=0$$

$$\Rightarrow 12y_2-y_2^2+90y_2-2{,}025=0$$

$$\Rightarrow y_2^2-102y_2+2{,}025=0$$

$$\Rightarrow y_2=\frac{102\pm\sqrt{102^2-4(2{,}025)}}{2}$$

מתקבלים הפתרונות הבאים:

$$(y_2)_1=75\text{m}$$
$$(y_2)_2=27\text{m}$$

מכיוון ש- $y_2>45\text{m}$, נבחר בפתרון הראשון: $y_2=75\text{m}$, ולכן $H_{min}=75\text{m}$.

ג. הכוח השקול הוא:

$$\Sigma F=F_{el}+F_g=-k\Delta\ell+mg=$$
$$=-100[75-45]+600=-3000+600=$$
$$=-2400\text{N}$$

הכוח שלילי, כלומר כיוונו כלפי מעלה על פי הציר שבחרנו.

ד. נחשב קודם את מיקום נקודת שיווי המשקל. בנקודה זו מתקיים:

$$\Sigma F=F_{el}+F_g=0$$
$$\Rightarrow -k\left(y-45\right)+mg=0$$
$$\Rightarrow 100(y-45)=600\quad\Rightarrow y=51\text{m}$$

לפני הגעה לנקודה זו מתקיים $mg>F_{el}$, האדם מאיץ ומהירותו גדלה. אחרי נקודה זו מתקיים $mg<F_{el}$, האדם מאט והמהירות קטנה. מכאן שהמהירות המקסימלית של האדם מתקבלת בנקודת שיווי המשקל, שהיא $y=51\text{m}$.

ה. על מנת לחשב את המהירות המקסימלית, שהיא מהירות האדם בנקודה $y=51\text{m}$, נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=51\text{m}$:

$$W_{mg}(0\rightarrow 51\text{m})+W_{F\text{el}}(45\rightarrow 51)=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow mg(51-0)+\left[0-\tfrac{1}{2}k\left(51-45\right)^2\right]=\tfrac{1}{2}mv_{max}^2-0$$

$$\Rightarrow 600(51)-50(6)^2=30v_{max}^2-0$$

$$\Rightarrow v_{max}=\pm30.98\text{m/s}$$

מבין השתיים, נבחר את המהירות החיובית כי כיוון המהירות הוא בכיוון החיובי.

__פתרון חלופי:__

עבור תנועת מסה התלויה על קפיץ אנכי מתקיים חוק שימור האנרגיה בצורה:

$$\tfrac{1}{2}mv_2^2+\tfrac{1}{2}ky_2^2=\tfrac{1}{2}mv_1^2+\tfrac{1}{2}ky_1^2$$

כאשר y_1 ו- y_2 נמדדים ביחס לנקודת שווי המשקל של המסה m הקשורה לקפיץ. לכן נקבל: $y_1=-6\text{m}$, $v_1=30\text{m/s}$, $y_2=0$ ו- $v_2=v_{max}$. נציב ונקבל:

$$\tfrac{1}{2}60v_{max}^2+0=\tfrac{1}{2}60(30)^2+\tfrac{1}{2}100(6)^2$$
$$\Rightarrow v_{max}=\pm 30.98\,\text{m/s}$$

פתרון שאלה 18\פרק 4

א. בין $y=0$ ו- $y=B$, החבל עדיין לא נמתח והכוח היחיד שפועל על האדם הוא כוח הכבידה $(mg=600\,\text{N})$ הקבוע עד לנקודה שבה החבל נמתח, כלומר ב- $y=40\,\text{m}$. מכאן נקבל: $B=40\,\text{m}$ ו- $A=600\,\text{N}$.

ב. לאחר הנקודה $y=B=40\,\text{m}$ החבל נמתח וכתוצאה מכך הוא מפעיל על האדם כוח כלפי מעלה, דבר שגורם להקטנת הכוח השקול הפועל על האדם.

הכוח השקול הפועל על האדם בקטע זה של המסלול נתון על יד:

$$\Sigma F=mg-k(y-40)=$$
$$=600-60(y-40)=3000-60y$$

קשר זה הוא קשר לינארי.

ג. בנקודה C מתקיים שווי משקל $(\Sigma F=0)$, לכן נקבל:

$$mg+[-k(y_C-40)]=0$$
$$\Rightarrow 600-60(y_C-40)=0$$
$$\Rightarrow y_C=50\,\text{m}$$

ד. בנקודה B:

בין $y=0$ ו- $y_B=40\,\text{m}$ הכוח היחיד הפועל על האדם הוא כוח הכובד, לכן האדם נע בתאוצת הכובד: $a=g=10\,\text{m/s}^2$. לכן נקבל:

$$v_B=\pm\sqrt{v_0^2+2a\Delta y}=\sqrt{0+20(40)}=$$
$$=28.28\,\text{m/s}$$

בנקודה C:

נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין $y=0$ ו- $y_C=50\,\text{m}$ ונקבל:

$$(1)\ W_{mg}(0\rightarrow 50\,\text{m})+W_{F\,el}(40\rightarrow 50)=$$
$$=\tfrac{1}{2}mv_C^2-0$$

כאשר:

$$W_{mg}(0\rightarrow 50\,\text{m})=mg(y_2-y_1)=$$
$$=600(50-0)=30{,}000\,\text{J}$$

נציב ב-(1) ונקבל:

$$30{,}000+\left[0-\tfrac{1}{2}60(50-40)^2\right]=\tfrac{1}{2}60v_C^2-0$$
$$\Rightarrow v_C=\pm 30\,\text{m/s}$$

מבין שתי התוצאות, נבחר את זו שסימנה החיובי, מאחר והכיוון החיובי נקבע כלפי מטה.

ה. D היא הנקודה שבה לחבל יש אורך מקסימלי, ובה יש עצירה רגעית של האדם. על מנת לחשב את הערך $y_D=y_{max}$ נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין $y=0$ ו- $y=y_{max}$:

$$W_{mg}(0\rightarrow y_{max})+W_{F\,el}(40\rightarrow y_{max})=\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$\Rightarrow mg(y_{max}-0)+\left[0-\tfrac{1}{2}60(y_{max}-40)^2\right]=0-0$$
$$\Rightarrow 600y_{max}-30(y_{max}-40)^2=0$$
$$\Rightarrow 20y_{max}-y_{max}^2+80y_{max}-1600=0$$
$$\Rightarrow y_{max}^2-100y_{max}^2+1600=0$$
$$\Rightarrow (y_{max}-20)(y_{max}-80)=0$$

מכאן נקבל: $(y_{max})_1=20\,\text{m}$ ו- $(y_{max})_2=80\,\text{m}$. נבחר $y_{max}=80\,\text{m}$ כי $y_{max}>40\,\text{m}$. לכן $y_D=80\,\text{m}$.

הנקודה E מייצגת את הכוח השקול כאשר $y=80\,\text{m}$, וערכו:

$$\Sigma F=mg-k(y_{max}-40)=$$
$$=600-60(80-40)=-1800\,\text{N}$$

ו. השטח הכלוא בין גרף הכוח השקול ובין ציר המקום מ- $y=0$ עד $y=80\,\text{m}$ מבטא את עבודת הכוח השקול הפועל על הגוף לאורך ההעתק מ- $y=0$ עד $y=80\,\text{m}$. שטח השווה לפי משפט עבודה-אנרגיה ל- $(\tfrac{1}{2}mv_2^2-\tfrac{1}{2}mv_1^2)$. מאחר ומתקיימים $v_1=v_2=0$, נקבל שהשטח הזה שווה לאפס.

פתרון שאלה 19\פרק 4

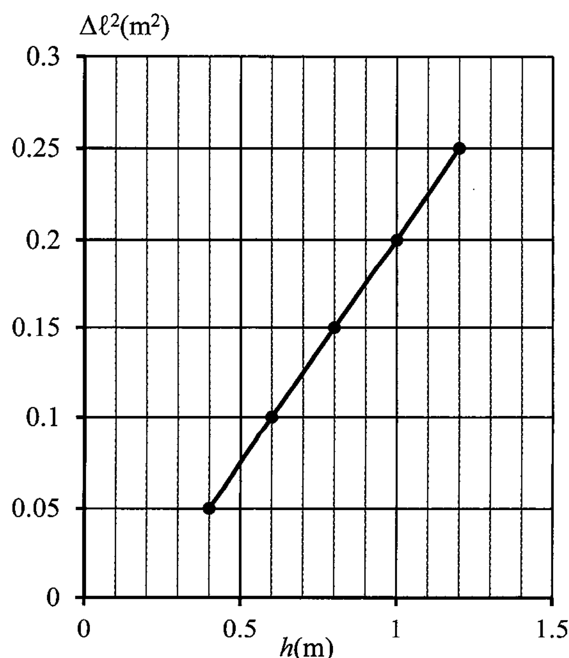
א. נסמן את הנקודה שבה התיבה נעצרת על ידי הקפיץ, ושבה התכווצות הקפיץ מקסימלית ב-E. נשתמש במשפט עבודה אנרגיה בין הנקודות A ו-E:

$$W_{mg}(A\rightarrow E)+W_{f_k}(B\rightarrow C)+W_{F_{sp}}(D\rightarrow E)=$$
$$=\tfrac{1}{2}mv_E^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow(mgh-0)-\mu_k mgd+\left(0-\tfrac{1}{2}k\Delta\ell_{\max}^2\right)=0$$
$$\Rightarrow\tfrac{1}{2}k\Delta\ell_{\max}^2=mgh-\mu_k mgd$$
$$\Rightarrow\Delta\ell_{\max}^2=\frac{2mg}{k}h-\frac{2\mu_k mgd}{k}=$$
$$\Rightarrow\Delta\ell_{\max}^2=\frac{8}{k}h-\frac{8\mu_k}{k}$$

ב. על מנת לקבל גרף לינארי יש לשרטט את $\Delta\ell_{\max}^2$ כפונקציה של h. להלן טבלה המתארת את $\Delta\ell_{\max}^2$ כפונקציה של h:

$\Delta\ell_{\max}^2(\mathrm{m}^2)$	$h(\mathrm{m})$
0.05	0.4
0.10	0.6
0.15	0.8
0.20	1.0
0.25	1.2

בעזרת טבלה זו נשרטט את הגרף הבא:



ג. על פי המשוואה מסעיף א', שיפוע הגרף נתון על ידי הגודל $8/k$. מאידך, שיפוע הגרף הוא 0.5. מכאן נקבל: $k=16\,\mathrm{N/m}$.

על מנת לחשב את מקדם החיכוך הקינטי, נציב את השיפוע וערכי נקודה מהגרף, למשל $(0.6,0.1)$, בקשר מסעיף א', ונקבל:

$$0.1=0.5\times0.6-\frac{8\mu_k}{16}$$
$$\Rightarrow\mu_k=0.4$$

ד. הערך המינימלי של h שעבורו ניתן לבצע את הניסוי, הוא הערך שמקיים $\Delta\ell=0$. לפי הגרף בסעיף ב', נקבל: $h_{\min}=0.2\,\mathrm{m}$. במקרה זה התיבה נעצרת בדיוק בנקודה C.

ה. לפי הטבלה, כאשר $h=1.2\,\mathrm{m}$ מתקבל $\Delta\ell_{\max}^2=0.25\,\mathrm{m}$, מכאן $\Delta\ell_{\max}=0.5\,\mathrm{m}$.

עבור הקפיץ מתקיים:

$$W_{F_{sp}}(D\rightarrow E)=\tfrac{1}{2}kx_D^2-\tfrac{1}{2}kx_E^2=$$
$$=0-\tfrac{1}{2}(16)(0.5)^2=-2\,\mathrm{J}$$

פתרון שאלה 20\פרק 4

א. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בקטע שבין הנקודות A ו-C:

$$W_{mg}(A\rightarrow C)+W_{F_{sp}}(B\rightarrow C)=\tfrac{1}{2}mv_C^2-\tfrac{1}{2}mv_A^2$$
$$\Rightarrow(mgh-mgy_{\max1})+\left(0-\tfrac{1}{2}ky_{\max1}^2\right)=0-0$$

שים לב! על פי הציר שנבחר בבעיה $y_{\max1}$ הוא שלילי. מהמשוואה האחרונה נקבל:

$$15-10y_{\max1}-200y_{\max1}^2=0$$
$$\Rightarrow200y_{\max1}^2+10y_{\max1}-15=0$$
$$\Rightarrow(y_{\max1})_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4(200)(-15)}}{2(200)}$$
$$\Rightarrow(y_{\max1})_1=0.25$$
$$\Rightarrow(y_{\max1})_2=-0.3\,\mathrm{m}$$

מכיוון ש-$y_{\max1}<0$ נבחר בפתרון השני:

$y_{\max 1} = -0.3\,\text{m}$.

ב. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות C ו-D:

$$W_{mg}(C \to D) + W_{F_{sp}}(C \to D) = \tfrac{1}{2}mv_D^2 - \tfrac{1}{2}mv_C^2$$
$$\Rightarrow (mgy_{\max 1} - mgy_{\max 2}) + \left(\tfrac{1}{2}ky_{\max 1}^2 - \tfrac{1}{2}ky_{\max 2}^2\right) = 0$$
$$\Rightarrow (10)(-0.3) - 10y_{\max 2} + 200(-0.3)^2 - 200y_{\max 2}^2 = 0$$
$$\Rightarrow 200y_{\max 2}^2 + 10y_{\max 2} - 15 = 0$$
$$\Rightarrow (y_{\max 2})_1 = 0.25$$
$$\Rightarrow (y_{\max 2})_2 = -0.3\,\text{m}$$

מכיוון ש-$y_{\max 2} > 0$, נבחר בפתרון החיובי:

$y_{\max 2} = +0.25\,\text{m}$.

ג. המהירות המקסימלית של הגוף היא בנקודת שיווי המשקל, משום שלפני נקודה זו בדרך מ-C אל D מתקיים $F_{sp} > mg$ והגוף נמצא בתאוצה, ואחרי נקודה זו מתקיים $F_{sp} < mg$ והגוף נע בתאוטה.

בנקודה זו מתקיים:

$$F_g + F_{sp} = 0$$
$$\Rightarrow (-mg) + (-ky_0) = 0$$
$$\Rightarrow y_0 = -\frac{mg}{k} = -\frac{10}{400} = -0.025\,\text{m}$$

ד. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה בין הנקודות C ו-O כאשר O היא נקודת שווי המשקל שמצאנו בסעיף הקודם:

$$W_{mg}(C \to O) + W_{F_{sp}}(C \to O) = \tfrac{1}{2}mv_{\max}^2 - \tfrac{1}{2}mv_C^2$$
$$\Rightarrow (mgy_{\max 1} - mgy_0) + \left(\tfrac{1}{2}ky_{\max 1}^2 - \tfrac{1}{2}ky_0^2\right) = \tfrac{1}{2}mv_{\max}^2 - 0$$
$$\Rightarrow 10\left[-0.3 - (-0.025)\right] + 200\left[(-0.3)^2 - (0.025)^2\right] =$$
$$= \tfrac{1}{2}v_{\max}^2$$
$$\Rightarrow v_{\max} = \pm 5.5\,\text{m/s}$$

קל יותר להשתמש בחוק שימור האנרגיה עבור גוף הנע בהשפעת קפיץ אנכי, ולקבל ביטוי מהצורה: $\tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}ky_2^2 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}ky_1^2$, כאשר y_1 ו-y_2 הם מיקום הנקודות 1 ו-2 ביחס לנקודת שיווי המשקל.

בבעיה זו:

$$y_1 = -0.3 - (-0.025) = -0.275\,\text{m}$$
$$y_2 = 0$$

נציב ונקבל:

$$0.5v_{\max}^2 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}400(-0.275)^2$$
$$\Rightarrow v_{\max} = \pm 5.5\,\text{m/s}$$